

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA DE INGENIEROS TÉCNICOS FORESTALES



**ECUACIONES DE CUBICACIÓN PARA PINO SILVESTRE
(*Pinus sylvestris* L.) EN EL MONTE “AGUAS
VERTIENTES” Nº 138 del C.U.P. EN EL TÉRMINO
MUNICIPAL DE “EL ESPINAR” (SEGOVIA)**

TRABAJO FIN DE CARRERA

Autor:

Angel Recio Garrido

Tutores:

José Alfredo Bravo Fernández
Isaac Martínez Rojas

Madrid, abril 2012

*Hari Seldon y un grupo de psichistoriadores, al analizar el curso futuro de la historia con instrumentos matemáticos [...] no podía contar conmigo. Soy un mutante, e imprevisible para la psichistoria, que sólo puede tratar con las reacciones medias de muchedumbres.
¿Lo comprende usted?*

Segunda Fundación . Isaac Asimov (1920-1992)

Quiero agradecer este trabajo fin de carrera a mis tutores Alfredo e Isaac por guiarme paso a paso; a Iván, Pepe y Lorenzo por su gran ayuda en el trabajo de campo y al resto del personal por echarme una mano de una u otra manera.
A mi familia y a los *Arbutus Mahou* por su apoyo y amistad.

INDICE

0. INTRODUCCIÓN	1
0.1. Justificación del trabajo	1
0.2. Breve historia del monte.....	2
1. ANTECEDENTES.....	3
2. OBJETIVOS	6
3. MATERIALES Y MÉTODOS	7
3.1. Descripción del monte.....	7
3.1.1. Estado legal	7
3.1.1.1. Posición administrativa y límites	7
3.1.1.2. Cabidas.	7
3.1.1.3. Usos.....	8
3.1.1.4. Figuras de protección	8
3.1.2. Estado natural.....	8
3.1.2.1. Situación geográfica.....	8
3.1.2.2. Geología.	9
3.1.2.3. Edafología.....	11
3.1.2.4. Hidrografía.....	11
3.1.2.5. Clima	12
3.1.2.6. Vegetación.	13
3.1.2.7. Fauna	14
3.1.3. Estado forestal	14
3.1.3.1. División inventarial	14
3.1.3.2. Características selvícolas y dasocráticas. Historia de la ordenación	15
3.1.3.3. Posibilidad actual	19
3.2. Material utilizado	20
3.3. Metodología	21
3.3.1. Tamaño de muestra.....	21
3.3.2. Medición de los datos	22
3.3.2.1. Localización de los puntos	22
3.3.2.2. Elección de los árboles muestra.....	22
3.3.2.3. Variables medidas	22
3.3.2.4. Método de cubicación Pressler-Bitterlich	23
3.3.2.5. Medición de la altura mediante el relascopio de Bitterlich	25
3.3.3. Construcción de la Tarifa y la Tabla de cubicación	27
3.3.3.1. Relación altura-diámetro según la altitud.....	27
3.3.3.2. Tarifas o Tablas de cubicación.	28
3.3.3.3. Herramientas utilizadas	29
3.3.3.4. Análisis estadístico.....	29
3.3.3.5. Modelos	30
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	32
4.1. Tarifa de cubicación.....	32

4.2. Tabla de cubicación	34
4.3. Comparación de los distintos modelos.....	36
4.4. Comprobación de las condiciones paramétricas.....	42
4.4.1. Comprobación de las condiciones paramétricas del modelo Linealizado	42
4.4.2. Comprobación de las condiciones paramétricas del modelo Schumacher	46
4.5. Validación de los modelos	49
5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS	51
5.1. Conclusiones.....	51
5.1. Propuestas.....	52
6. BIBLIOGRAFÍA	53

ANEXOS

ANEXO I. Evolución de la ordenación	55
ANEXO II. Gráficas volumen-diámetro normal	58
ANEXO III. Campo visual del relascopio de Bitterlich	59
ANEXO IV. Transformación de la fórmula de Pressler	60
ANEXO V. Análisis estadístico de la relación altura-diámetro normal	62
ANEXO VI. Datos de los árboles de la muestra de ajuste.....	64
ANEXO VII. Datos de los árboles de la muestra de validación	69
ANEXO VIII. Gráficas de los modelos utilizados en la Tarifa	70
ANEXO IX. Tablas de validación.....	74
ANEXO X. Datos de los residuos de la fórmula de Schumacher	80

PLANOS

Número 1. Plano topográfico general

Número 2. Malla de las muestras de ajuste y validación

Número 3. Plano de división por estratos

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 *Tarifas de cubicación utilizadas, donde la única variable independiente es el diámetro normal*

Tabla 2 *Tablas de cubicación de dos entradas*

Tabla 3 *Superficies según el C.U.P. de la provincia de Segovia*

Tabla 4 *Superficies recogidas en la 8ª Revisión del proyecto de ordenación*

Tabla 5 *Límites en coordenadas UTM*

Tabla 6 *Cabidas de la superficie pública para los distintos cuarteles y la totalidad del monte*

Tabla 7	<i>Posibilidad del último decenio y la madera extraída</i>
Tabla 8	<i>Pies utilizados para elaborar los modelos</i>
Tabla 9	<i>Pies utilizados para comprobar la fiabilidad de los modelos</i>
Tabla 10	<i>Tamaños muestrales utilizados para elaborar los modelos según estratos</i>
Tabla 11	<i>Tamaños muestrales utilizados para comprobar los modelos según estratos</i>
Tabla 12	<i>Rodales pertenecientes al estrato A</i>
Tabla 13	<i>Rodales pertenecientes al estrato B</i>
Tabla 14	<i>Modelos utilizados para el desarrollo de la Tarifa de cubicación</i>
Tabla 15	<i>Modelos utilizados para el desarrollo de la Tabla de cubicación</i>
Tabla 16	<i>Tarifa de cubicación para el estrato A</i>
Tabla 17	<i>Tarifa de cubicación para el estrato B</i>
Tabla 18	<i>Tabla de cubicación</i>
Tabla 19	<i>Aplicación de los valores modulares a la muestra de validación</i>
Tabla 20	<i>Parámetros estimados para los modelos del estrato A</i>
Tabla 21	<i>Parámetros estimados para los modelos del estrato B</i>
Tabla 22	<i>Estadístico de los modelos del estrato A</i>
Tabla 23	<i>Estadístico de los modelos del estrato B</i>
Tabla 24	<i>Aplicación de los modelos a la muestra de validación</i>
Tabla 25	<i>Parámetros estimados para los modelos de la tabla de cubicación</i>
Tabla 26	<i>Estadístico de los modelos de la tabla de cubicación</i>
Tabla 27	<i>Aplicación de los modelos de la tabla a la muestra de validación</i>
Tabla 28	<i>Correlaciones entre variables. Estrato A</i>
Tabla 29	<i>Correlaciones entre variables. Estrato B</i>
Tabla 30	<i>Resumen de las tablas de validación</i>
Tabla I.	<i>Evolución de la ordenación. Principales características</i>
Tabla V.a	<i>Estadísticos descriptivos de la relación altura – diámetro normal</i>
Tabla V.b	<i>Pruebas de los efectos inter-sujetos en la relación altura – diámetro normal</i>
Tabla V.c	<i>Estimación de los parámetros para la regresión $H = f(dn)$</i>
Tabla VI.	<i>Datos de la muestra de ajuste</i>

Tabla VII. *Datos de la muestra de validación*

Tabla IX.a *Valores modulares aplicados a la muestra de validación en todo el monte*

Tabla IX.b *Valores modulares aplicados a la muestra de validación por debajo de los 1500 metros*

Tabla IX.c *Valores modulares aplicados a la muestra de validación por encima de los 1500 metros*

Tabla IX.d *Tarifa de cubicación aplicada a la muestra de validación por debajo de los 1500 metros*

Tabla IX.e *Tarifa de cubicación aplicada a la muestra de validación por encima de los 1500 metros*

Tabla IX.f *Tabla de cubicación aplicada a la muestra de validación*

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 *Situación del monte*

Figura 2.a *Relascopeo de Bitterlich. Modelo tradicional “MS”*

Figura 2.b *Relascopeo de Bitterlich. Detalle de las bandas de los “1” y los “1/4”*

Figura 3 *Altura aparente del punto directriz de un árbol*

Figura 4 *Relascopeo de Bitterlich. Observación de la mira desde la distancia elegida*

Figura 5 *Relación altura-diámetro normal de la muestra según estrato*

Figura 6 *Gráfica $\ln V - \ln d_n$, para el estrato A*

Figura 7 *Gráfica $\ln V - \ln d_n$, para el estrato B*

Figura 8 *Histograma y gráfico P-P de los residuos. Estrato A*

Figura 9 *Histograma y gráfico P-P de los residuos. Estrato B*

Figura 10 *Gráficos de los residuos del estrato A*

Figura 11 *Gráficos de los residuos del estrato B*

Figura 12 *Histograma y gráfico P-P de los residuos del modelo de Schumacher*

Figura 13 *Gráficos de comprobación de homocedasticidad del modelo de Schumacher*

Figura I.a *Número de pies mayores y menores de cada periodo*

Figura I.b *Existencias calculadas en cada ordenación.*

Figura II.a *Nube de puntos de la muestra inicial*

Figura II.b *Nube de puntos de la muestra según estratos*

Figura III.a *Detalle de las bandas del relascopio de Bitterlich*

Figura VIII.a *Gráfica del modelo lineal*

Figura VIII.b *Gráfica del modelo logarítmico*

Figura VIII.c *Gráfica del modelo inverso*

Figura VIII.d *Gráfica de los modelos cuadrático y cúbico*

Figura VIII.e *Gráfica del modelo potencial*

Figura VIII.f *Gráfica del modelo compuesto*

Figura VIII.g *Gráfica del modelo curva-S*

Figura VIII.h *Gráfica del modelo crecimiento*

Figura VIII.i *Gráfica del modelo exponencial*

Figura VIII.j *Gráfica del modelo linealizado*

0. INTRODUCCIÓN

0.1. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO

El monte nº138 “*Aguas Vertientes*” perteneciente al municipio de El Espinar (Segovia) ha sido explotado para aprovecharse de su madera, al menos, desde 1570, fecha en la que se data la primera referencia explícita a dicho aprovechamiento.

Desde comienzos del siglo pasado, cuando se redactó el primer proyecto de ordenación, se han ido haciendo revisiones paulatinamente en las que aparecen las correspondientes tablas sobre las existencias y la posibilidad anual del monte.

En los últimos años se viene observando que la cubicación “en pie” que realiza la administración para las cortas correspondientes a cada año, difiere de los metros cúbicos reales que llegan al aserradero que se abastece de esta madera, viéndose perjudicado éste último y por consiguiente el propio ayuntamiento de El Espinar, propietario del aserradero.

La finalidad de este trabajo es proponer unas nuevas ecuaciones de cubicación, ya que los métodos utilizados por la administración podrían ser erróneos o simplemente estar anticuados. Con estas “actualizadas” ecuaciones se intenta paliar las diferencias entre administración y aserradero.

Desde hace unos 25 años la Administración de Segovia viene utilizando unos valores modulares para estimar el volumen en pie de los árboles del monte “*Aguas Vertientes*”.

Estos valores modulares son tablas en las que se da un volumen teórico para cada pie en cada uno de los rodales y según clases diamétricas de 5 cm. Se desconoce de dónde han salido estas tablas que fueron utilizadas en la última revisión, hasta la fecha, del proyecto de ordenación. Pero es de suponer que estos valores medios se estimaron previo inventario hace tanto tiempo que la masa, aun siendo regular, debe haber variado pues en este tipo de masas “... *la evolución de la altura media provoca un desplazamiento de la recta representativa del volumen en función del diámetro, y por tanto, obliga a calcular nuevas tarifas en inventarios sucesivos*” (PITA, 1967). Sería recomendable, por tanto, realizar unas nuevas tarifas de cubicación.

En este monte existen dos modelos de adjudicación de la madera, uno para los denominados lotes “buenos” que se otorgan a “liquidación final” y otro para los lotes “malos” que van a “riesgo y ventura”.

En el caso de los primeros es la guardería forestal quien se encarga de medir la madera una vez apeada en la llamada “contada en blanco”, consiguiéndose una medición lo más acercada posible a la realidad. Por otro lado, en el caso de los “lotes malos” es el propio aserradero quien hace un cálculo aproximado de la madera que le llega. En ambos casos, según los datos proporcionados por el aserradero, el volumen apeado de algunos lotes puede llegar a ser de hasta un 20-30% menos que el volumen calculado en pie con los valores modulares.

0.2. BREVE HISTORIA DEL MONTE

Los datos aportados a continuación han sido tomados del texto de la 8ª revisión del proyecto de ordenación del grupo de montes al que pertenece “Aguas Vertientes”, un magnífico trabajo que recoge la información de varios escritos sobre el pueblo, el monte y los aprovechamientos realizados en éste a lo largo de la historia.

En la 8ª revisión del Proyecto de Ordenación de estos montes se dio la denominación de “GRUPO 13º Aguas Vertientes y Agregados” siendo los “agregados” los montes nº139 “Cañada de Gudillos” y nº145 “El Estepar” incluyéndose éste último de nuevo en la agrupación pues fue segregado de la misma en el año 1957.

El monte “Aguas Vertientes”, objeto del estudio, es el de mayor relevancia del grupo debido, sobre todo, a su extensión y proximidad a la población de El Espinar, contrastado esto ya que la mayor parte de las citas históricas se refieren a este monte.

A continuación se citan los principales hechos históricos relacionados con el monte:

Años 1573-1589.- En este periodo se dan distintas partidas de pinos y vigas destinadas a las obras de la casa palacio de *Martín Muñoz de las Posadas*, en Segovia, y del Monasterio de *San Lorenzo El Real*, en El Escorial (Madrid).

Año 1597.- Primera referencia explícita sobre el aprovechamiento maderero del pinar *Aguas Vertientes*, fechado en El Espinar el 22 de junio.

Año 1862.- Son incluidos los tres montes del grupo en el Catálogo de Montes de Utilidad Pública. El nombre con el que se designó a este monte fue “*Aguas Vertientes y Nava El Rey*” y se le dio el número 136 del Catálogo de la provincia de Segovia.

Año 1883.- Se concede por Real Orden del 25 de junio la autorización para formar el Proyecto de Ordenación del monte.

Año 1901.- Instalación de la primera fábrica de maderas, en San Rafael.

Año 1904.- Redacción del proyecto de Ordenación Forestal del grupo de montes “*Aguas Vertientes y Agregados*” por el ingeniero Marcel Negre Rimbau.

Años 1936-1939.- Debido a la Guerra Civil Española el monte sufre varios incendios así como desequilibrios en la planificación.

Años 1942-1950.- La existencia de 4 fábricas de madera en el término municipal denota la estrecha relación entre el municipio y el aprovechamiento maderero de sus montes.

Año 1982.- El Ayuntamiento de El Espinar se hace cargo de forma ininterrumpida del único aserradero que hay a día de hoy en el municipio.

Año 1996.- El monte se ve gravemente afectado por un temporal producido a finales de enero.

1. ANTECEDENTES

Las tarifas y tablas de cubicación son unas herramientas muy utilizadas para hacerse una idea más o menos aproximada del volumen que cubican lotes o conjuntos de árboles de una masa. Es importante matizar que estas ecuaciones no deben ser usadas para conocer el volumen de un solo árbol ni si quiera para un número escaso de pies, como se verá en el punto 3.3.3.2 del apartado de *METODOLOGÍA*.

Existen multitud de ecuaciones creadas para distintas zonas geográficas ubicadas por todo el mundo, para masas tanto regulares como irregulares, para una especie en particular o varias, ecuaciones creadas a partir de la medición de una, dos o más variables... existe, en definitiva, un catálogo muy extenso de posibilidades.

A continuación se citan algunas de las tarifas que existen haciendo especial hincapié en las utilizadas para el ámbito nacional y la especie protagonista de este trabajo, el pino silvestre.

PRIETO y HERNANDO (1995) recogen un conjunto de 51 tarifas válidas para masas regulares de coníferas obtenidas de HUMMEL (1955), 10 tarifas para el pino silvestre de los Vosgos (noreste de Francia) en FRANÇOIS (1947) y tres series paramétricas de tarifas de cubicación de una entrada para el pino silvestre en el Orne, también en Francia, construidas por *l'Office National des Forêts* (GOUPIL, 1981).

Además hacen una relación de algunos modelos utilizados de una entrada y para masas regulares, donde se utiliza como única variable independiente el diámetro normal (Tabla 1).

Tabla 1 Tarifas de cubicación utilizadas, donde la única variable independiente es el diámetro normal

AUTOR	EXPRESION
KOPEZKY-GEHERHARDT	$V = a_0 + a_1 \cdot d^2$
DISSESCU-MEYER	$V = a_0 \cdot d + a_1 \cdot d^2$
HOHENADL-KRENN	$V = a_0 + a_1 \cdot d + a_2 \cdot d^2$
BERKHOUT	$V = a_0 \cdot d^{a_1}$
HUMMEL	$\log V = a_0 + a_1 \cdot \log d$

a_i : coeficientes de regresión
 V : volumen
 d : diámetro normal

También existen ciertas expresiones matemáticas de las tarifas de dos entradas, algunas de las cuales vienen recogidas en el cuadro siguiente, por DIEGUEZ *et al* (2003):

Tabla 2 Tablas de cubicación de dos entradas

AUTOR	EXPRESION
SCHUMACHER-HALL	$V = b_0 \cdot d^{b_1} \cdot h^{b_2}$
SPURR	$V = b_0 \cdot d^2 \cdot h$
OGAYA	$V = b_1 \cdot d^2 + b_2 \cdot d^2 \cdot h$
FORMULA AUSTRALIANA	$V = b_0 + b_1 \cdot d^2 + b_2 \cdot d^2 \cdot h + b_3 \cdot h$
NASLUND	$V = b_1 \cdot d^2 + b_2 \cdot d^2 \cdot h + b_3 \cdot d \cdot h^2 + b_4 \cdot h^2$

b_i : coeficientes de regresión

V : volumen

d : diámetro normal

h : altura total

PITA (1967) propone una serie de ecuaciones para distintas especies arbóreas a partir de una muestra de 1.698 árboles tipo procedentes de las parcelas de producción del antiguo I.F.I.E. concluyendo que las mejores para pino silvestre eran la “fórmula ponderada de variable combinada”, que tiene por expresión:

$$V = a + b \cdot dn^2 \cdot h + c \cdot (dn^2 \cdot h)^2$$

recomendable para masas homogéneas formadas por pies que no superen el metro cúbico de volumen, y la “fórmula australiana sin ponderar”:

$$V = a + b \cdot h + c \cdot dn^2 + d \cdot dn^2 \cdot h$$

A partir de estas ecuaciones ROJO y MONTERO (1996) realizaron los ajustes pertinentes para una muestra de árboles tipo de pino silvestre ubicados en los pinares de Cercedilla, Navacerrada y Valsaín observándose que, en ambas ecuaciones, todos los coeficientes que no correspondían al término $dn^2 \cdot h$ resultaron no significativos (al 95% de probabilidad), por lo que adquirirían una expresión similar a la “ecuación alométrica” recomendada por MARTÍNEZ MILLÁN *et al* (1993):

$$V = a \cdot dn^b \cdot h^c$$

dando lugar en el caso de ROJO y MONTERO (1996) a la ecuación:

$$V = 0,0346 \cdot dn^{2,0005} \cdot h^{1,0167}$$

siendo:

V : volúmen del fuste con corteza (dm^3)

dn : diámetro normal con corteza (cm)

h : altura total (m)

En el Tercer Inventario Forestal Nacional se ofrece una tabla de cubicación semejante a ésta última ecuación dada por ROJO que es la siguiente:

$$V = 0,0005131 \cdot dn^{1,98463} \cdot h^{0,88673}$$

siendo en este caso el diámetro normal en mm. El volumen viene dado en dm^3 y la altura sigue siendo en metros.

El monte *Cabeza de Hierro* en Rascafría (BRAVO y SERRADA, 2007) utiliza para cubicar la madera de su especie principal, el pino silvestre, una serie de tarifas elaboradas por Ximénez de Embún en 1957 que diferencia según calidades para los pies cuyo diámetro normal supera los 30 cm y una tarifa en común para todos los pies pertenecientes a las dos primeras clases diamétricas:

<i>Calidad I</i>	$V = -0,4690 + 8,4068 \cdot dn^2$
<i>Calidad II</i>	$V = -0,3866 + 7,7264 \cdot dn^2$
<i>Calidad III</i>	$V = -0,1911 + 5,7097 \cdot dn^2$
<i>Clases 20-24 y 25-29 cm</i>	$V = -0,0354 + 3,6261 \cdot dn^2$

Por último, en el *Proyecto de Ordenación del grupo de montes de U.P. nº 138 y 139 "Aguas Vertientes y Cañada de Gudillos"* realizado por PRIETO y SÁEZ (1991) se desarrolla el modelo matemático siguiente, diferenciando según calidades:

<i>Calidad I</i>	$V = -0,155371 + 0,8831 \cdot dn^2 \cdot h - 0,091184 \cdot (dn^2 \cdot h)^2$
<i>Calidad II</i>	$V = 0,036493 + 0,344379 \cdot dn^2 \cdot h - 0,003535 \cdot (dn^2 \cdot h)^2$
<i>Calidad III</i>	$V = 0,008934 + 0,389017 \cdot dn^2 \cdot h - 0,001392 \cdot (dn^2 \cdot h)^2$

2. OBJETIVOS

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

- Observar la fiabilidad de los valores modulares utilizados hasta ahora sobre una muestra actual.
- Demostrar la influencia de la altitud en el crecimiento en altura y, por lo tanto en volumen, de los árboles del monte.
- Construir una tarifa de cubicación de una entrada. $V=f(dn)$
- Construir una tabla de cubicación de dos entradas. $V=f(dn,H)$

3. MATERIAL Y METODOS**3.1. DESCRIPCION DEL MONTE**

La mayor parte de la información de este punto ha sido extraída de forma casi literal de la 8ª revisión del proyecto de ordenación de este monte redactado por CEBALLOS *et al* (2001).

3.1.1. ESTADO LEGAL**3.1.1.1. Posición administrativa. Límites.**

El monte “*Aguas Vertientes*” es el nº 138 del Catálogo de Montes de Utilidad Pública englobado a su vez en el grupo 13º junto con los montes “*Cañada de Gudillos*” (nº 139) y “*El Estepar*” (nº145).

Pertenece al Ayuntamiento de El Espinar, en el término municipal de El Espinar, Segovia, de la Comunidad Autónoma de Castilla y León.

Ubicado en el sector oriental de la Sierra del Malagón presenta como límites legales: al norte, fincas particulares y carreteras de Avila y de Madrid-A Coruña; al este, el monte “*Cotera del León*” del municipio de El Espinar, nº 141 del Catálogo; al sur, con el monte “*Pinar de Guadarrama*” en el término municipal de Guadarrama (Madrid) y con el monte “*Pinar de Peguerinos*” en el término municipal de Peguerinos (Avila); y en el oeste, queda flanqueado por el camino del “*Boquerón*” también en el término de El Espinar.

3.1.1.2. Cabidas

A continuación se ofrecen los datos sobre las cabidas del monte 138 y del grupo 13º, al que pertenece dicho monte:

Según el Catálogo de Montes de Utilidad Pública de la provincia de Segovia:

Tabla 3 Superficies según el C.U.P. de la provincia de Segovia

Monte nº del C.U.P.	<u>Grupo 13º</u>	<u>138</u>
Cabida pública	2904,47 ha	2050,35 ha
Cabida total	3056,14 ha	2176,30 ha

Según los datos recogidos en la 8ª Revisión:

Tabla 4 Superficies recogidas en la 8ª Revisión del proyecto de ordenación

Monte nº del C.U.P.	<u>Grupo 13º</u>	<u>138</u>
Cabida pública	2938,84 ha	2073,20 ha
Cabida total	3082,56 ha	2197,39 ha
Cabida forestal		2024,54 ha
Cabida poblada		1803,37 ha

Las superficies que recoge el catálogo de montes de utilidad pública son exactamente iguales a las reflejadas en un levantamiento topográfico realizado en el año 2001 por el Dpto. de Ingeniería Cartográfica, Geodesia, Fotogrametría-Expresión Gráfica de la E.U.I.T. Agrícola de la Universidad Politécnica de Madrid (HERRERO y PÉREZ, 2002).

3.1.1.3. Usos

Los principales usos que se le han dado al monte tanto por la industria como por los propios vecinos son el aprovechamiento de madera y leñas y el aprovechamiento del pasto.

Aparte de éstos, también existen otros aprovechamientos tales como la recolección de setas, la caza o el uso recreativo.

3.1.1.4. Figuras de protección

Aguas Vertientes está dentro de la Red Natura 2000, perteneciendo a un *Lugar de Interés Comunitario* (LIC) y a una *Zona de Especial Protección para Aves* (ZEPA).

3.1.2. ESTADO NATURAL

3.1.2.1. Situación geográfica

El monte “*Aguas Vertientes*” está ubicado en la Sierra del Malagón, dentro de la Sierra de Guadarrama, ocupando las laderas septentrionales del tramo de divisoria entre el *Cerro Piñonero* al este y el *Arroyo del Boquerón* al oeste. Al norte se encuentran los núcleos urbanos de El Espinar y San Rafael y la nacional N-VI; al sur limita con los montes “*Pinar de Guadarrama*” en el término municipal de Guadarrama (Madrid) y “*Pinar de Peguerinos*” en el municipio de Peguerinos (Ávila). Al este limita con el monte “*Cotera del León*”, monte nº 141 del C.U.P. en el término de El Espinar y al oeste el límite viene marcado por el camino del *Boquerón*.

El monte se encuentra representado topográficamente en las hojas 507 (*El Espinar*) y 508 (*Cercedilla*) del Mapa Topográfico Nacional a escala 1:50.000; y a escala 1:25.000 aparece en las hojas 507-IV (*El Espinar*) y 508-III (*Cercedilla*).

Los límites del monte según los puntos cardinales se exponen en la Tabla 5.

Tabla 5 Límites en coordenadas UTM

NORTE	30TUL.970.085
SUR	30TUL.924.038
ESTE	30TVL.034.058
OESTE	30TUL.924.038

A continuación se muestra una imagen con la ubicación general del monte:

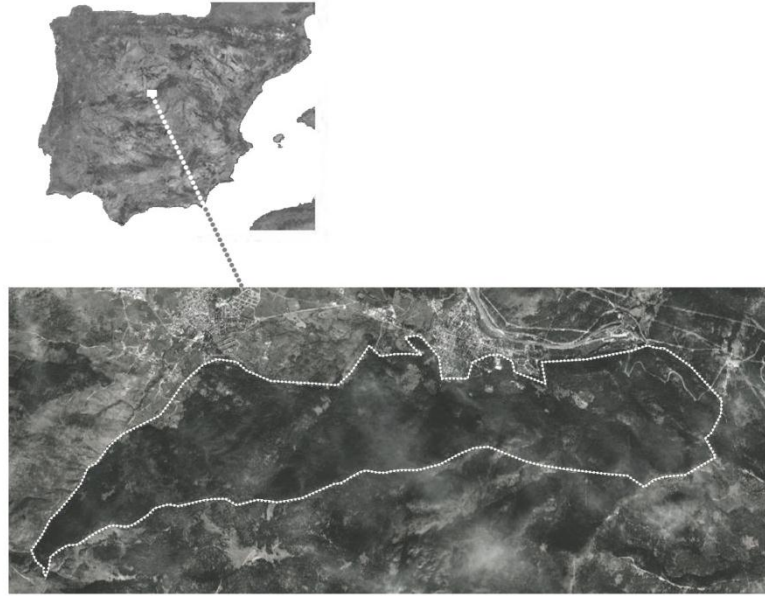


Figura 1 Situación del monte

3.1.2.2. Geología

Para el desarrollo de este punto se utilizaron en su momento las hojas 507 (El Espinar) y 508 (Cercedilla) del Mapa Geológico de España publicado por el Instituto Tecnológico Geominero de España, así como la información disponible en las anteriores revisiones.

- Estratigrafía

El macizo granítico que constituye esta zona de la Sierra de Guadarrama se originó durante el Terciario Superior por fracturación, procediendo sus materiales del metamorfismo y granitización de sedimentos paleozoicos durante la orogenia herciniana.

Los granitos, adamelitos y granodioritos son las rocas que metamorfinizan materiales del Paleozoico Inferior, extensamente transformados. En general, los granitos han experimentado fenómenos de alteración secundarios.

Entre las rocas metamórficas se diferencian los gneis, los micacitos y otras rocas en las que abundan los carbonatos y silicatos cálcicos.

Dentro de las rocas filonianas, son muy frecuentes los diques porfídicos, de potencia considerable y neta relación de contacto con el granito o la granodiorita, a veces con enclaves de granito o gneis. Existen, también, diques de pegmatitas y aplitas, y diques de cuarzo, que siguen direcciones concordantes con la tectónica póstuma de todo el conjunto cristalino.

A partir del meridiano del *Puerto de Somosierra* hacia el oeste, comienza el predominio de las rocas plutónicas en el *Sistema Central*, al tiempo que disminuye la frecuencia de los núcleos metamórficos. Esta tendencia se ve reflejada en el monte de Aguas

Vertientes, pues los granitos de la *Sierra del Malagón* ocupan una superficie mayor que la de las rocas metamórficas.

Las formaciones graníticas que se presentan en gran parte en este monte son:

A) Leucogranitos

- Leucogranitos de grano grueso.- Ocupan dos zonas comprendidas entre la divisoria que forma el límite sur del monte y la altitud de los 1400 m. La primera ocupa desde la zona denominada *El Peñoncillo* hasta el arroyo de *La Gargantilla*; y la segunda, desde donde comienza la vertiente oeste del arroyo *Lagasca* hasta el límite este del monte. Componen las zonas de mayor pendiente (40-70%).
- Leucogranitos de grano fino-medio.- Abarcan la superficie con cota inferior a los 1400 m desde el arroyo de *Las Barrancas* hasta el límite este del monte.

B) Ademallitas

- Ademallitas con megacristales y microagregados tonalíticos.- Ocupan toda la zona oeste del monte que se sitúa en su mayor parte por encima de los 1400 m y que parte de la zona conocida de *El Peñoncillo*.
- Ademallitas con cordieritas y abundantes enclaves microgranulares.- Esta unidad litológica-intrusiva se presenta como una banda de dirección NO-SE ocupando las partes topográficas más bajas, ocupando las zonas de robledal y de pinar situadas por debajo de la línea de dirección O-E que partiría desde la salida del monte de las aguas del arroyo del *Alto de San Blas* y llegaría hasta el límite este del monte.

- Tectónica

En la región se reconocen los efectos de la Orogenia Alpina y la Orogenia Hercínica.

La primera afectó a la mayor parte de los materiales y dio lugar a la fracturación del basamento precámbrico-paleozoico en bloques y la adaptación a éstos mediante fallas o pliegues de los sedimentos mesozoicos, terciarios e, incluso, cuaternarios. Es el responsable del levantamiento del gran horst que constituye el Sistema Central.

La Orogenia Hercínica es la responsable de los principales eventos tectónicos, además de metamórficos e ígneos, que hoy se observan en los materiales precámbrico-paleozoicos. En el denominado periodo Tardihercínico se producen las movilizaciones de bloque dando lugar, principalmente, a un par de conjugados de direcciones NE-SO y NO-SE con algunos asociados que parecen sobreponerse a otros existentes, de dirección E-O.

El monte *Aguas Vertientes* está situado en el extremo oriental de la *Sierra del Malagón*, ubicado, a su vez, en el tramo occidental del bloque montañoso del sector occidental del Sistema Central.

Se diferencian dos conjuntos de cumbres: *Cabeza Renales-Cueva Valiente*, que domina las fosas de *El Espinar* y *Voltoya*, y *Cabeza Líjar-Abantos*. Ambas unidades unen sus laderas

en un amplio dorso de altitud aproxima a los 1.400-1.500 m, que se inclina suavemente hacia el SO.

Los relieves de las cumbres están separados por fallas de las del dorso, y sus diferencias altitudinales se deben a desnivelaciones que se han producido a partir de las distintas fallas que las afectan, en el área meridional de dirección N-NO; y NE, E-NE y O-NO en el oriental y suroriental.

El dorso tampoco puede considerarse como una unidad tectónica pues está subdividido en distintos bloques producidos, sobre todo por las fallas de dirección O-NO.

3.1.2.3. Edafología

Tanto el clima como la escasez de calcio en la roca madre no contribuyen a frenar el proceso evolutivo. El clímax es el que corresponde a un suelo levigado o mecánicamente lavado, cuyo perfil sería A-B-C con clara iluviación de arcilla y/o óxidos de hierro.

Sin embargo, estos suelos maduros no son demasiado abundantes, predominando los suelos que no han alcanzado la madurez. Estos suelos azonales o inmaduros pertenecen a dos grandes grupos: Entisols e Inceptisols, según la clasificación americana de suelos (Soil Taxonomy. USDA, 1975 en CEBALLOS *et al.*, 2001)

- **Entisols:** son los suelos más recientes y menos evolucionados. Presentan un perfil exclusivo del tipo A-C. Tienen poca profundidad, con poco o ningún desarrollo en su único y superficial horizonte asentado sobre la roca madre. Ocupan las zonas de mayor altura, en posiciones fisiográficas muy inestables como son las partes altas de cerros, colinas y laderas de elevada pendiente. En algunas zonas hay contacto lítico a menos de 25 o 50 cm. Se encuentran saturados de agua cuando se funde la nieve. La temperatura media anual es de 4°C. Son suelos húmedos y moderadamente ácidos debido a la roca madre (granito o gneis). Son los denominados *Rankers* de pendiente.
- **Inceptisols:** son suelos moderadamente evolucionados, con un tipo de perfil A(B)C en el que hay un horizonte cámbico (B) que presenta un moderado grado de desarrollo, apreciándose en él cierto enriquecimiento de arcilla y/o óxidos de hierro. Alternan en la zona con los Entisols, pero ocupando posiciones fisiográficas más estables y siendo, por tanto, suelos más profundos. Se han desarrollado a partir de rocas ácidas (granito y gneis) por lo que tienen carácter ácido, con valores de pH que oscilan entre 5,9 y 6,9. El horizonte superficial aparece en algunas zonas con abundante material orgánico que le proporciona un color oscuro, correspondiendo entonces al tipo Umbrico; otras veces el contenido en materia orgánica es menor y el color más claro, correspondiendo al tipo Ochrico.

3.1.2.4. Hidrografía

El monte Aguas Vertientes está compuesto por una gran red de arroyos de primer y segundo orden.

Cabe destacar, de entre todos, los arroyos *Gargantilla*, *Mayor* y *Lagasca* que desembocan en el río *Gudillos* el cual desemboca en el río *Moros*. El monte se encuentra dentro de la cuenca hidrográfica del Duero.

A la multitud de arroyos se une un buen número de fuentes repartidas por toda la superficie, sobre todo junto a la carretera forestal que atraviesa el monte y une las poblaciones de El Espinar y San Rafael.

3.1.2.5. Clima

Todo el monte, salvo una pequeña zona del extremo suroccidental, mantiene una exposición Norte con lo que las diferencias térmicas se producen principalmente por el gradiente altitudinal.

Se dan importantes diferencias entre las temperaturas extremas debido a la topografía del terreno, con lo que nos encontramos los niveles más altos en las zonas cercanas a los centros urbanos y las temperaturas más bajas en las cotas mayores donde la falta de vegetación y el viento sólo permiten percibir las suaves temperaturas en verano, y cuando existe una calma total.

Es destacable la importante presencia de vientos provenientes de N y NO, en otoño, y de S y SE, en primavera. Dicha presencia queda patente en las zonas más expuestas, sobre todo en las cotas superiores donde aparecen los pinos achaparrados y ramosos, normalmente inclinados a favor de los vientos dominantes e incluso pies tronchados o caídos. Al efecto mecánico del viento hay que sumar el de la nieve, que contribuye a la rotura de ramas.

Primavera y otoño son las estaciones más lluviosas en la zona, siendo mayo y noviembre los meses con mayor precipitación. Esto se contrasta con la multitud de arroyos que aparecen en estas épocas del año. Las tormentas de mayor intensidad se producen entre los meses de mayo y junio, produciéndose multitud de rayos los cuales dejan su marca en muchos de los pinos.

Las precipitaciones en forma de nieve tienen lugar, por lo general, en dos periodos destacables. El primero abarca los meses de diciembre y enero, cuando se produce la cobertura total del suelo permaneciendo en algunas zonas hasta bien entrada la primavera. En los lugares donde la densidad de los pinos es elevada y la tangencia de copas impide que la nieve llegue al suelo, permaneciendo en las ramas del joven arbolado, se observa la rotura de ramas, tronchamientos e incluso derribo de gran cantidad de pies.

El segundo periodo de innivación se da durante los meses de marzo y abril, siendo característica la ventisca, sin formarse grandes mantos de nieve ya que ésta se derrite con las lluvias típicas de la época.

Las heladas tienen lugar entre los meses de diciembre y abril, siendo más intensas de enero a marzo.

El periodo vegetativo comienza entre la segunda quincena de abril y primera de mayo manteniéndose la actividad vegetativa hasta la llegada de las bajas temperaturas, hacia el mes de noviembre.

3.1.2.6. Vegetación

Vegetación potencial:

Partiendo de las series de vegetación de Rivas Martínez el monte se encuentra dentro de la Región Mediterránea, Provincia Carpetano-Ibérico-Leonesa, Sector Guadarrámico. Las series correspondientes a los pisos bioclimáticos presentes son las siguientes:

- **Piso Oromediterráneo:** zonas cuya altitud está comprendida entre 1.500 y 2.000 metros. La serie que les corresponde es *Junipero nanae* - *Cityseto oromediterranei* S. (Serie Oromediterránea Guadarrámica silicícola de *Juniperus communis* spp. *nana* o Enebro rastrero). Las masas naturales de pino silvestre se situarían exclusivamente dentro de esta asociación, con el límite inferior no bien definido siendo éste, para muchos autores, los 1.600 metros (ROJO y MONTERO, 1996).
- **Piso Supramediterráneo:** zonas cuya altitud oscila entre 1.200 y 1.500 metros. La serie correspondiente es *Luzulo forsteri* - *Querceto pyrenaicae* S. (Serie Supraguadarrámica Carpetano-Leonesa y Alcarreña, subhúmeda, silicícola de *Quercus pyrenaica*). Piso típico de rebollares (*Quercus pyrenaica*).

Vegetación actual:

La especie principal de este monte es el pino silvestre (*Pinus sylvestris*) ocupando más del 75% de la superficie total. Aparece en densidad importante a partir de los 1.300 m. de altitud hasta los 1.824 m. de Cabeza Lijar, apreciándose un decrecimiento significativo, de forma general, a partir de los 1.600 m. Los pies que aparecen en las zonas de mayor altitud presentan bajas densidades y peor conformación que en el resto del monte, donde existen varios rodales con pies de excelente calidad.

La masa de pino silvestre presente en el monte procede en algunas zonas de repoblaciones efectuadas a lo largo de la historia ordenada del mismo.

Aparecen también ejemplares dispersos de pino negral (*Pinus pinaster*) provenientes de semilla de las repoblaciones efectuadas en montes cercanos, o bien de intentos fallidos de repoblación con esta especie mezclada con pino silvestre.

En la zona próxima a los 1.300 m. comienza a aparecer la segunda especie en importancia del monte, el rebollo (*Quercus pyrenaica*) formando una amplia mancha de mata de roble conocida con el nombre *Mata de Nava el Rey*, con una superficie aproximada de 150 ha. El robledal se ve sometido anualmente a una excesiva carga ganadera que causa graves daños en la masa arbolada, encontrándose zonas altamente degradadas en las que el ganado ha llegado a acabar con cualquier brote joven. Estas zonas han sido ocupadas por especies menos palatables para el ganado y con mayor facilidad de desarrollo como la estepa o jara (*Cistus laurifolius*) o algunas leguminosas

como *Genista cinerea* y *Cytisus purgans*, acompañadas frecuentemente por espinos, rosas, zarzas y enebros.

Circundando la mata de rebollo, a la altura de 1.300 m. se observa una zona de masa mixta de pinar-robleal donde se dan los mejores ejemplares de roble rodeados por una masa de pino silvestre que comienza a dominar el terreno. A partir de aquí el rebollo deja de tener presencia importante apareciendo en pequeñas manchas dispersas en zonas de mayor altitud.

Existen otras especies arbóreas y arbustivas a destacar y que aparecen tanto como pies dispersos como en pequeños rodales. Son la encina (*Quercus ilex*) en aparente progresión, el tejo (*Taxus baccata*) apareciendo, este último, en altitudes comprendidas entre 1.400 y 1.600 m. y el acebo (*Ilex aquifolium*) con escasa representación.

También cabe destacar la representación, aunque con escasos ejemplares, de los géneros *Sequoiadendron*, *Pseudotsuga*, *Picea* o *Abies*. Probablemente provenientes de las fincas colindantes al monte, pues estos pies se dan en las zonas más cercanas a los terrenos urbanizados.

Otras especies arbustivas o herbáceas que aparecen en el monte son *Pteridium aquilinum*, *Erica arborea*, *Halimium umbellatum*, *Adenocarpus hispanicus*, *Rosa canina*, *Rubus ulmifolius*, *Cytisus scoparius*, *Genista florida*, *Arctostaphylos uva-ursi*, *Arrhenatherum elatius* y *Nardus stricta*.

3.1.2.7. Fauna

No merece la pena extenderse sobremanera en este punto. Aunque existe una gran variedad de especies de mamíferos, aves (con más de 80 especies), reptiles y anfibios, se debe destacar la presencia del águila imperial (*Aquila adalberti*), especie nidificante en el monte, y del buitre negro (*Aegypius monachus*).

También es imprescindible mencionar, como se vio en el punto correspondiente a las figuras de protección (3.1.1.4.), que el monte pertenece a un *Lugar de Interés Comunitario* (LIC) y está dentro de una *Zona de Especial Protección para Aves* (ZEPA).

3.1.3. ESTADO FORESTAL

3.1.3.1. División inventarial

El monte, actualmente, está dividido en cinco cuarteles de los cuales cuatro (cuarteles A, B, C y D) tienen como especie principal al pino silvestre y el quinto (cuartel E) está dominado por el rebollo.

En la siguiente tabla (Tabla 6) se establecen las superficies tanto forestal como inforestal del monte, sin contar los enclavados:

Tabla 6 Cabidas de la superficie pública para los distintos cuarteles y la totalidad del monte

<u>CUARTEL</u>	<u>ARBOLADA</u>	<u>RASA</u>	<u>INFORESTAL</u>	<u>TOTAL</u>
A	271,9	6,9	6,33	285,13
B	552,8	30,5	12,88	596,18
C	450,4	22,3	5,8	478,50
D	454,2	35,2	19,03	508,43
E	74,1	126,4	4,46	204,96
Monte	1.803,4	221,3	48,5	2.073,20

En todo el monte existen 83 rodales con una media de 24,97 ha por rodal.

La principal función de los cuarteles en los que el pino silvestre es la especie principal es la productiva salvo el caso del cuartel A, dónde la producción de madera pasa a un segundo plano dejando como objetivo principal la protección del suelo.

3.1.3.2. Características selvícolas y dasocráticas. Historia de la ordenación

A continuación se hace un resumen de las características selvícolas para los cuarteles A, B, C y D:

Especie principal: pino silvestre (*Pinus sylvestris*)

Forma fundamental de masa: monte alto

Forma principal de masa: regular

Tratamientos generales: cortas por “*Aclareo Sucesivo Uniforme*” para los cuarteles B, C y D y “*Aclareo Sucesivo por Bosquetes*” para el cuartel A.

El método de ordenación actual es el de “*Tramo Móvil*” con una *edad de madurez* de 120 años para los cuarteles B, C y D y de 140 años para el cuartel A. El *periodo de aplicación* es de 20 años para todos los cuarteles.

A continuación se expone una breve historia de la ordenación para clarificar el desarrollo y la evolución tanto de la misma, como del monte en sí. Un breve resumen se puede encontrar en el Anexo I (Tablas 1 y 2).

En 1883 se efectúa la solicitud de ordenación de Aguas Vertientes. La cual, fue la primera petición de este tipo en España hecha por un ayuntamiento. Dicha solicitud fue concedida por Real Orden del 25 de junio del mismo año.

Sin embargo, el **primer documento de ordenación** redactado para este monte fue firmado por el ingeniero Marcelo Negre en el año 1904.

Ya en este documento se formó un grupo de montes dividiéndose en tres secciones, una por cada monte. La sección primera la constituiría el monte *El Estepar* formado por un cuartel único de rebollo en monte bajo. La sección segunda estaba formada por el monte *Cañada de Gudillos* constituido, también, por un solo cuartel de monte alto de pino negral y, sobre todo, pino silvestre. Por último, la sección tercera estaba constituida por el monte *Aguas Vertientes* que contenía cuatro cuarteles; tres de ellos formados por pino

silvestre en monte alto y un cuarto de monte bajo de rebollo que se denominó *Mata de Nava el Rey*.

El método de cortas que se instauró en el monte fue el de “aclareo sucesivo” con un turno determinado en 100 años.

La posibilidad maderable calculada en el Plan Especial del primer decenio se puso en funcionamiento a partir de 1905 ya que las grandes ventiscas que tuvieron lugar en el invierno de 1904-1905 produjo una gran cantidad de derribos que tuvo como conclusión un volumen muy superior a dicha posibilidad.

La **primera revisión**, que data de 1915, fue redactada por el mismo ingeniero y mantuvo el modelo de ordenación original.

La **segunda revisión** fue llevada a cabo por Alfonso Cid en 1927. Lo más destacable del documento es el cambio en el método de cortas, en el que se pasa de “aclareo sucesivo” a “entresaca regularizada”, con un periodo de rotación de 10 años. Se mantuvo el turno de 100 años.

La **tercera revisión** no se llevó a cabo hasta 1942, debido a la guerra civil que comenzó en 1936 y los daños producidos por el viento en 1940.

Además, cabe destacar que el autor, Antonio Garrido, propuso volver al método de “aclareo sucesivo” por no ver justificado el cambio al método de “entresaca regularizada”.

En 1951 se aprueba la **cuarta revisión**, firmada por Jesús M^a de Yraola en 1950, que debía abarcar el decenio 1947-1956 y que se vio retrasado por distintos motivos; entre ellos, el incendio producido en las oficinas del Distrito Forestal que arrasó con todos los archivos de la Sección incluido el último inventario llevado a cabo en 1945.

En el Plan de Aprovechamientos y Mejoras de este decenio se consideraba el aclareo sucesivo como método de cortas más eficaz, siempre que se acotara durante 20 años los tramos en regeneración.

Además, se propuso el cambio de especie en el monte bajo por creer imposible la regeneración del mismo. La especie propuesta fue el pino silvestre.

Los trabajos de campo de la **quinta revisión** se hicieron entre 1954 y 1955. Dadas las dificultades surgidas y las condiciones con que se redactaron las últimas tres revisiones, fue necesario hacer un estudio íntegro de árboles tipo para conocer el estado de los montes y realizar las mejoras pertinentes. La aprobación del texto tuvo lugar en febrero de 1957.

Durante el tiempo de duración del Plan Especial del decenio anterior, en la sección 3^a (*Aguas Vertientes*) se produjo un parón en los aprovechamientos desde el año forestal 1949-1950 debido a la petición por parte del Ayuntamiento de El Espinar para que le fueran adjudicados los productos maderables de sus montes al amparo de la Orden Ministerial del 19 de agosto de 1949, hasta el año 1951-1952 en el que la resolución del

“Servicio de la Madera” falló a favor del ayuntamiento y se intensificaron los aprovechamientos.

La propuesta de descuaje y repoblación del monte bajo quedó restringida en la 2ª condición de la Orden de Aprobación de la Revisión que señalaba la prohibición de cambio de especie en estos cuarteles sin haber experimentado lo suficiente. Se propuso la corta a matarrasa en algún tramo para evaluar su regeneración, pero no se pudo llevar a cabo por falta de postor en las subastas.

De entre lo propuesto en el Plan de Mejoras cabe resaltar la plantación de 380 ha entre las secciones 2ª y 3ª con resultados satisfactorios y la construcción de un camino forestal que atravesaba *Aguas Vertientes* por la parte baja del pinar, enlazando el pueblo de El Espinar con la carretera de La Coruña, constituyendo la vía principal de saca.

El cálculo de existencias se realizó por conteo de pies de la misma manera que en las anteriores revisiones. Con estos resultados se calcularon los coeficientes mórficos y se hallaron los medios para cada clase diamétrica.

El autor saca como conclusión que el monte lleva un retraso de unos 20 años en su ordenación.

Se decide aumentar el turno a 120 años, dejando como periodo de regeneración 20 años salvo en el caso de los tramos que observaron con insuficiente repoblado que tendrían un periodo de 30 años. La división dasocrática se mantuvo.

En el cálculo de la posibilidad se vio la marcha regresiva que llevaba el monte obteniéndose crecimientos muy bajos, por lo que la posibilidad calculada descendió considerablemente con respecto a revisiones anteriores.

Se continuó repoblando, con preferencia, los rasos existentes en los tramos I y se procuraría ayudar la regeneración de los tramos II.

La **sexta revisión** aparece firmada por Eugenio Carrizo en junio de 1968, pero no se aprobaría hasta febrero de 1969.

En el cálculo de existencias analizado en el texto se observa que el número de pies ha aumentado en todas las clases diamétricas y que los árboles tipo medios tienen volúmenes algo inferiores en las cuatro primeras clases diamétricas que los de la revisión anterior y únicamente el valor es mayor en la quinta clase diamétrica.

En esta revisión se plantea el cambio de especie a pino silvestre en el cuartel D debido al mal estado del robledal y el escaso valor de mercado que tienen sus productos. En lo referente al turno, se adoptó el de 120 años justificado en la revisión anterior, considerando como turno definitivo el de 100 años propuesto por la Ordenación.

Redactada en 1991, la **séptima revisión** (Arturo Sáez y Antonio Prieto) fue concebida formalmente como nueva Ordenación en tanto que proponía considerables cambios en la marcha ordenada del monte. Cabe destacar los siguientes:

- Por primera vez el inventario se realiza por muestreo sistemático con parcelas situadas en el punto de cruce de una malla cuadrada de 150 m de lado.
- El monte 138 se divide en tres cuarteles, dos de ellos con carácter protector y un tercero para aprovechamiento de pastos y leñas. Este último corresponde con el cuartel D de la anterior división. Se prescinde de la histórica división por tramos para formar 79 nuevos rodales.
- Se propone un nuevo método de ordenación, el de "*Fustal Irregular*". Buscándose la estructura irregular de la masa el método de cortas propuesto es el de *entresaca por bosquetes*.
- En lugar de turno se habla de edad de madurez, la cual se estima en 140 años. La posibilidad para el periodo 1988-1997 se incrementa ligeramente respecto al decenio anterior.

El Plan de Cortas se basa en la agrupación de rodales en *tramos de entresaca*. Se formaron 10 tramos en los cuarteles A y B para actuar cada año del decenio en un tramo distinto. Las cortas de regeneración realizadas en estos tramos consistirían en la apertura de bosquetes de 25 m de diámetro en los rodales necesarios hasta conseguir la superficie a regenerar cada año.

Se observa un aumento considerable en el número de pies y existencias respecto a la anterior revisión, siendo estos datos corroborados por el inventario que se hizo en la 8ª Revisión, en la cual se justifica este aumento a las repoblaciones logradas en los anteriores 30 años y el escaso volumen anual de cortas mantenido en los decenios anteriores.

Esta séptima revisión no fue finalmente aprobada, probablemente por las numerosas y drásticas innovaciones así como por las escasas explicaciones aportadas justificando las mismas.

El estudio tampoco justifica el teórico retraso de 13 años en la redacción de una nueva Revisión que abarcó desde 1975 hasta 1988. Tampoco detalla el tipo de gestión llevada a cabo durante este periodo.

La **octava revisión**, firmada por Juan Carlos Martín, José Ceballos y Francisco José Jiménez en Octubre del 2001, recalca la escasa solvencia de la revisión anterior y propone mantener cierta regularidad en el vuelo del monte siendo el método de ordenación a aplicar el de *Tramo Móvil* con cortas de regeneración por *Aclareo Sucesivo*, como se vio al comienzo de este punto.

Para el cálculo de existencias en pie no se cortaron nuevos árboles tipo sobre los que medir ya que existía una abundante "colección" de datos para el monte. También se indica que la inevitable existencia de diferencias respecto a la realidad cuando se utilizan valores modulares queda solventada con los procedimientos de medición de la madera apeada y liquidación final. Cómo se ha visto, en la realidad, estos errores presumiblemente bajos se acercan en ocasiones al 30% y, además, no todos los lotes se

adjudican a liquidación final sino a riesgo y ventura. Es éste el principal problema que se intenta resolver con este trabajo.

Cabe destacar que en el periodo acontecido entre las 7ª y 8ª revisiones se calcula un aumento en el volumen de un 2,7% pese al haber disminuido la densidad en un 1,2% y que se atribuye a la escasa intervención realizada en forma de cortas de regeneración.

Por último, es interesante nombrar el proceso de certificación que se llevó a cabo a propósito de esta última revisión.

3.1.3.3. Posibilidad actual

Para terminar la descripción del monte y con el fin de que se tenga un mayor conocimiento sobre la productividad del mismo se expone a continuación (Tabla 7) los datos sobre la posibilidad calculada en la última ordenación (decenio 2000-2009) y la madera extraída en estos 10 años, según los datos ofrecidos por el aserradero.

Tabla 7 Posibilidad del decenio 2000-2009 y la madera extraída

Previsión 8ª revisión	4.850 m³/año
Datos del aserradero	2.273 m³/año

La diferencia tan marcada, como se puede observar en el cuadro, entre la posibilidad teórica calculada en la última revisión y lo que realmente se ha cortado en este decenio se debe a causas desde estrictamente económicas pues en muchas ocasiones el valor de tasación de la madera por parte de la Junta sumado a los costes de apeo y transporte es tan elevado que no puede competir en el mercado, a ambientales y ecológicos. Las figuras de protección, la normativa vigente respecto a la regulación de plagas y/o enfermedades o la inaccesibilidad a ciertas partes del monte son algunas de estas últimas causas.

3.2. MATERIAL UTILIZADO

Localización de los puntos en el terreno:

- GPS **Garmin GPS60**
- Brújula **Suunto KB 14**

Mediciones de las variables dendrométricas:

- Cinta métrica de 500 cm. **Yamayo MILLION**
- Forcípula brazo móvil de 60cm. **Nestle**
- Mira de 2 metros
- Relascope de Bitterlich

Herramientas informáticas utilizadas para desarrollar los planos, realizar los cálculos, las tablas y tarifas y la redacción del presente trabajo:

- ArcGIS 9.2
- OziExplorer 3.95
- Office 2010
- SPSS 15.0

3.3. METODOLOGIA

3.3.1. TAMAÑO DE MUESTRA

Se optó desde un principio por recoger datos de unos 200 pies. El hecho de que la muestra no sea mayor se debe a que esto conllevaría un trabajo de campo de una duración muy elevada para una sola persona; la gran superficie del monte así como la complejidad de su topografía han sido determinantes a la hora de encontrar un tamaño muestral acorde a este Trabajo Fin de Carrera.

Para una coherente distribución de los pies por toda la superficie del monte se empleó una malla cuadrada de 307 m de lado dando lugar a 207 puntos. Hay que resaltar que la malla no se aplica a la totalidad del monte ya que el cuartel E tiene como especie principal el rebollo (*Quercus pyrenaica*) y ha sido descartado del estudio de este proyecto; esto significa que la superficie con la que se ha trabajado es de 1949,23 ha en lugar de las 2196,17 ha totales.

De los 207 puntos se desecharon los números 128, 198, 203 y 206 por estar fuera de la cubierta forestal, en fincas privadas destinadas al pastoreo o junto al núcleo urbano.

En varios puntos, por la metodología utilizada a la hora de elegir los pies más representativos tal y como se verá en el epígrafe “elección de los árboles muestra” (apartado 3.3.2.2), se optó por medir dos pies en lugar de uno. Con todo esto, se tomaron datos en un total de 234 árboles.

Posteriormente, se creó una nueva malla cuadrada de 750 m de lado que dio lugar a 37 nuevos puntos. Por las razones descritas arriba uno de los puntos (34) se desechó.

Esta malla da lugar a una nueva muestra que se utiliza para validar los distintos modelos estadísticos propuestos.

A modo de síntesis se ofrecen las siguientes tablas:

Tabla 8 Pies utilizados para elaborar los modelos

<i>Nº puntos de la malla</i>	<i>Nº puntos desechados</i>	<i>Nº pies medidos</i>	<i>Nº pies medidos/ha.</i>
207	4	234	0,12

Tabla 9 Pies utilizados para comprobar la fiabilidad de los modelos

<i>Nº puntos de la malla</i>	<i>Nº puntos desechados</i>	<i>Nº pies medidos</i>	<i>Nº pies medidos/ha.</i>
34	1	36	0,018

Ambas mallas se realizaron con el programa *ArcGIS 9.2*.

Se ha optado por dividir el monte en dos zonas (ver punto 3.3.3.1.), poniendo como límite entre ambas la cota 1500 m. Los tamaños de muestra finales para cada estrato se puede observar en las tablas 3 y 4.

Para la realización de los ajustes estadísticos se decide excluir un punto cuyos valores de diámetro normal y volumen son bastante elevados respecto al conjunto total de los pies (Ver Anexo II). Por ello la muestra final utilizada consta de 233.

Tabla 10 *Tamaños muestrales utilizados para elaborar los modelos según estratos*

COTA	Tamaño de muestra (n° pies)
Por debajo de 1500m	144
Por encima de 1500m	89*

*La muestra inicial era de 90 pies.

Tabla 11 *Tamaños muestrales utilizados para comprobar los modelos según estratos*

COTA	Tamaño de muestra (n° pies)
Por debajo de 1500m	20
Por encima de 1500m	16

3.3.2. MEDICIÓN DE LOS DATOS

3.3.2.1. Localización de los puntos

Para localizar los puntos en el terreno se introdujeron las coordenadas de la malla en un GPS mediante el programa OziExplorer 3.95.

El sistema geodésico utilizado ha sido el ED-50 (European Datum 1950).

3.3.2.2. Elección de los árboles muestra

Una vez ubicado el punto sobre el terreno se decidió utilizar un radio de parcela de 10 m en la que se midió el diámetro de todos los pies mayores ($dn > 20\text{cm}$) para conseguir la clase diamétrica dominante. En caso de que se observara un predominio de dos clases en lugar de una se tomarían los datos de dos árboles, uno por cada clase diamétrica dominante.

Tanto para la elección del “árbol tipo” en cada parcela como para el análisis de los datos obtenidos se han determinado unas clases diamétricas de 5 cm de amplitud.

Una vez conocida la clase preponderante se eligió como “árbol tipo” el más recto, no bifurcado, sin malformaciones, sin presencia de enfermedades y/o parásitos...

3.3.2.3. Variables medidas

De cada árbol muestra se han medido los siguientes parámetros:

- dn = Diámetro normal, medido a la “altura normal” (1,30m)
- H = Altura total
- V = Volumen mediante el método de Pressler-Bitterlich

Los datos de las variables medidas tanto en la muestra de ajuste como en la muestra de validación se recogen en los Anexo VI y VII.

3.3.2.4. Método de cubicación de Pressler-Bitterlich

La redacción de este punto se ha realizado según LÓPEZ PEÑA (2000).

El relascopio de Bitterlich es un dendrómetro de uso múltiple, lo que nos permite realizar distintas mediciones como distancias horizontales, diámetros, alturas (como se verá en el siguiente punto), pendientes o áreas basimétricas sin la necesidad de utilizar cinta métrica, forcípula, hipsómetro o clinómetro. También nos permite cubicar un árbol sin tener que apearlo, esto es, cubicar en pie.

Existen varios modelos del relascopio. El utilizado para este proyecto es el modelo tradicional “MS” (Figura 1).



Figura 2.a Relascopio de Bitterlich. Modelo tradicional “MS”. Fuente: www.gisiberica.com

En el Anexo III se ofrece una visual del relascopio en la que se indican los distintos tipos de bandas y los nombres de éstas.

El método de cubicación de Pressler-Bitterlich no es válido para su aplicación a los troncos cilíndricos y está basado en la aplicación de la fórmula de Pressler, utilizada en la cubicación del árbol en pie:

$$V = \frac{2}{3} \cdot S_n \cdot Hp = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot dn^2 \cdot Hp$$

Pero para cubicar mediante el método de Pressler-Bitterlich, la fórmula de Pressler sufre una transformación (ver Anexo IV) dando lugar a la siguiente expresión:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{n} \cdot dn^3 \cdot Hp_a$$

Donde:

V = Volumen en m^3
 n = nº de bandas de $\frac{1}{4}$ con las que cubrimos el "dn"
 dn = diámetro normal en metros
 Hp_a = altura aparente en metros
 Hp = altura del punto directriz en metros
 S_n = sección normal en metros

El método operativo es el siguiente:

1.- Medir el diámetro normal con forcípula.

2.- Acercarse o alejarse del árbol hasta una distancia desde la cual, divisando claramente el tronco, cubramos el diámetro normal con un número par de "bandas de $\frac{1}{4}$ " (Figura 2), manteniendo el botón presionado. Para este proyecto se ha optado, por norma general, cubrir el diámetro normal con 8 bandas de $\frac{1}{4}$ es decir, las cuatro bandas de $\frac{1}{4}$ más la banda de los unos.

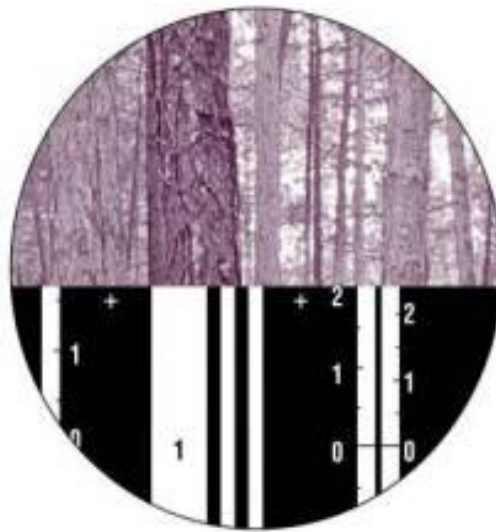


Figura 2.b Relascopio de Bitterlich. Detalle de las bandas de los "1" y los "1/4". Fuente: www.gisiberica.com

3.- Con el botón presionado, elevamos la visual a lo largo del tronco hasta una altura en la que el diámetro este cubierto por la mitad del número de bandas utilizadas para cubrir el diámetro normal (Figura 3). Esta sección será la correspondiente al *punto directriz de Pressler*. En la escala de medir alturas desde 25 metros (h_{25}) hacemos la lectura correspondiente para este punto **Lp1**.

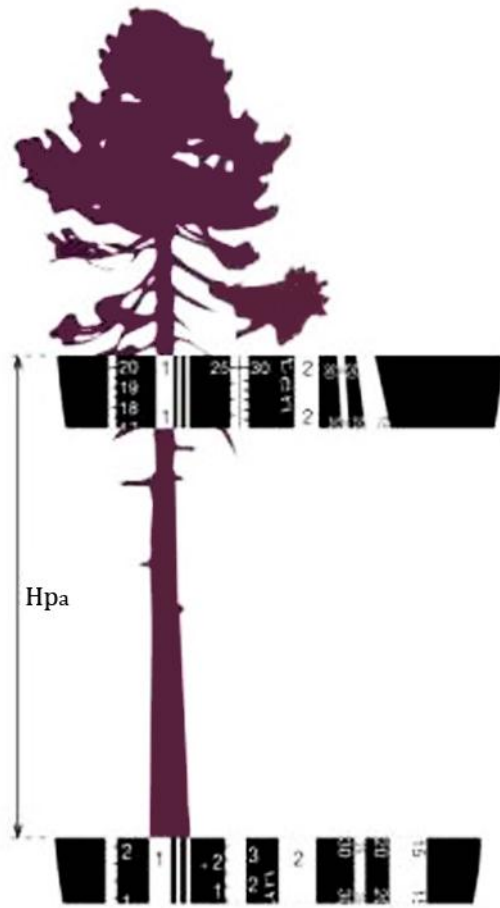


Figura 3 Altura aparente del punto directriz de un árbol. Fuente: www.gisiberica.com

4.- Manteniendo el botón presionado y con la misma escala lanzamos una visual a la base del árbol y hacemos la lectura correspondiente "**L_{p2}**". Con la suma de estas dos lecturas obtenemos la altura aparente del punto directriz "**H_{pa}**".

Esta altura no es real, ya que se ha realizado con la escala de medir alturas desde 25 metros y probablemente no coincida con la distancia horizontal a la que estamos del árbol.

3.3.2.5. Medición de la altura mediante el relascopio de Bitterlich

El desarrollo de este punto se ha realizado siguiendo el texto de *Dasometría práctica* (LÓPEZ y MARCHAL, 1991).

Antes de comenzar a medir la altura de un árbol, debemos situarnos a una distancia conocida. Esto podemos hacerlo con el relascopio ya que, junto con la mira, nos da la opción de colocarnos a 15, 20, 25 o 30 m del pie a medir. Para ello debemos seguir los siguientes pasos:

1.- Colocar la mira totalmente tensa en el tronco del árbol, ayudándonos de los punzones que tiene en sus extremos.

- 2.- Situarse a una distancia aproximada a la que queremos medir.
- 3.- Dejando presionado el botón del relascopio (se liberan las escalas), se lanza una visual al árbol paralela al terreno. Para esto es recomendable saber qué zona del árbol está a la altura de los ojos.
- 4.- Una vez dejen de oscilar las bandas, se deja de pulsar el botón.
- 5.- Girar el relascopio 90°.
- 6.- Avanzar o retroceder hasta que la mira encaje entre el extremo inferior de la banda de los "2" y el extremo superior de la banda de la distancia elegida (Figura 4).
Para este proyecto se ha optado, de forma general, por distancias de 20 m salvo en zonas de excesiva pendiente o escasa visibilidad del ápice, por la alta densidad de arbolado, donde se escogió una distancia de 10 m siguiendo estos mismos pasos con la diferencia de encajar entre las bandas sólo la mitad de la mira.



Figura 4 Relascopio de Bitterlich. Observación de la mira desde la distancia elegida. Fuente: www.gisiberica.com

- 7.- Una vez situado a una distancia conocida y con las escalas liberadas (botón pulsado) se fija la línea de puntería en la base del árbol y, una vez dejen de oscilar las bandas, se toma la lectura de la escala correspondiente a esta distancia (en este caso siempre se utilizó la escala h_{20}). De esta forma obtenemos L_B .
- 8.- Igualmente con el botón pulsado se coloca la línea de puntería en el ápice del árbol y cuando se estabilice la escala se recoge la lectura de la misma, obteniéndose L_A .

Calculamos la altura total del pie con la siguiente fórmula:

$$H = L_A \pm L_B$$

Se suma si son de distinto signo y se resta si son del mismo signo.

3.3.3. CONSTRUCCIÓN DE LA TARIFA Y LA TABLA DE CUBICACIÓN

3.3.3.1. *Relación altura-diámetro según la altitud*

Debido a la posibilidad de que existieran diferencias sustanciales en el crecimiento de los pies que se ubican en altitudes superiores respecto a los de las cotas más bajas se comprobó cómo influye esta diferencia de cotas en la relación diámetro-altura total, ya que ambas variables influyen en el cálculo del volumen del árbol individual y por lo tanto de la masa.

Para ello se hizo un análisis estadístico de la relación altura-diámetro normal (H-dn) introduciendo como variable cualitativa la cota. Dicho análisis viene desarrollado en el Anexo V.

Se ha optado por diferenciar esta relación entre los pies medidos por encima y por debajo de la cota 1500m. En la siguiente figura se observa la relación entre ambas variables según el límite de cota propuesto:

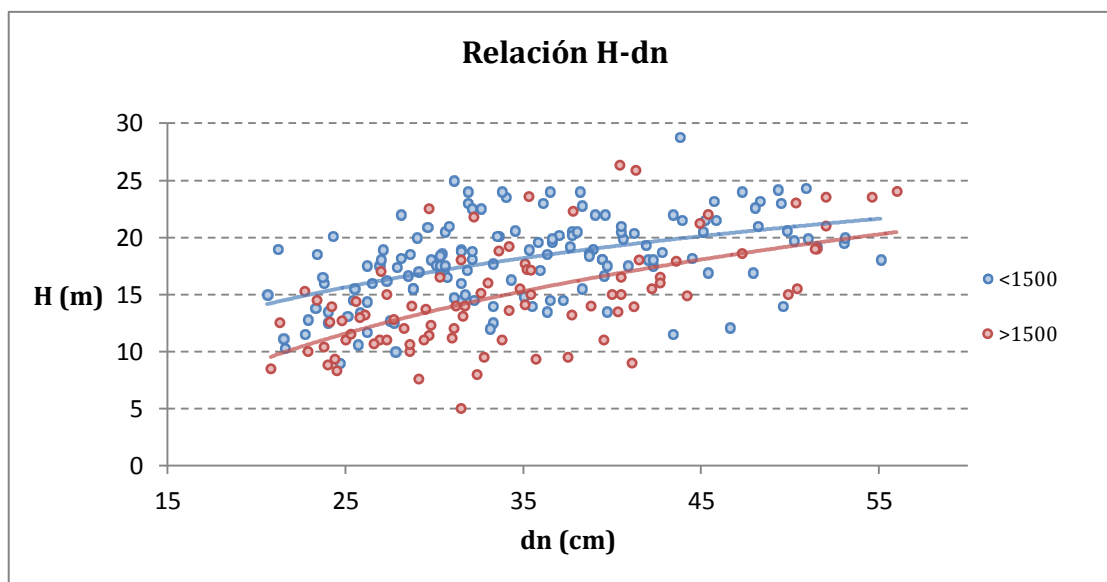


Figura 5 Relación altura-diámetro normal de la muestra según estrato

En el gráfico se puede observar cómo la línea de tendencia de la altura es siempre superior en el estrato al que pertenecen los pies de cotas inferiores a los 1500m (en azul) que en el estrato cuyos pies superan ésta cota.

Por este motivo se decide dividir el monte, a efectos de este trabajo, en dos estratos (Tablas 12 y 13). El “estrato A” en el que se incluyen los rodales cuya superficie queda, al menos, un 50% en cotas inferiores a los 1500m. Y el “estrato B”, formado por aquellos rodales en los que más de la mitad de su superficie está en cotas superiores a los 1500m.

La superficie que ocupa el estrato A es de 1195,57 m² (alrededor del 60% del total), mientras que el estrato B ocupa una superficie de 754,2 m² (casi el 40% del total).

Tabla 12 Rodales pertenecientes al estrato A

CUARTEL	RODAL
B	1,2,3,4,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23
C	1,2,3,4,5,8,10,11,13,17,18,19,20
D	1,2,3,4,5,6,7,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22

Tabla 13 Rodales pertenecientes al estrato B

CUARTEL	RODAL
A	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
B	5,6,7,8,9,10,11,12,13
C	6,7,9,12,14,15,16
D	8,9,10

3.3.3.2. Tarifas o Tablas de cubicación

Las tarifas y las tablas de cubicación son ecuaciones, gráficos o tablas que permiten estimar el volumen individual de un grupo de árboles a partir de un conjunto de variables. La principal diferencia es que en el caso de las tarifas se utiliza una sola variable independiente mientras que para las tablas utilizamos dos o más.

Estas ecuaciones de cubicación, aunque nos proporcionen el volumen individual de cada árbol, se deben aplicar para obtener el valor global de un conjunto de árboles y nunca para estimar el volumen de un solo pie pues esto conllevaría un error importante (PRIETO y HERNANDO, 1995). PITA (1967), indica que las tablas o tarifas son útiles para cubicar conjuntos de más de 50 árboles.

Para el presente proyecto se ha optado, como solución al problema planteado, una tarifa de una entrada siendo la variable el diámetro normal ($V = f(dn)$) y una tabla a partir de las variables diámetro normal y altura total ($V = f(dn, h)$).

El hecho de plantear una tabla de cubicación se debe a que, al intervenir un factor suplementario como es la altura total, se gana en precisión. Este tipo de ecuaciones son las más utilizadas y su fiabilidad depende en mayor medida de la forma de los árboles que de la especie o del lugar de crecimiento (RONDEUX, 2010)

PRIETO y HERNANDO (1995) recomiendan, a la hora de elegir la tarifa adecuada, optar por el modelo más simple pues cuanto mayor es el número de coeficientes de correlación mayor sería la variación del volumen en función de la entrada.

Además, continúa, si se ajustan varios modelos habría que elegir aquel que su coeficiente de correlación múltiple (coeficiente de correlación entre los volúmenes reales V_R y los volúmenes ajustados por la tarifa V_T) sea mayor.

3.3.3.3. Herramientas utilizadas

Para construir tanto la tarifa como las tablas se pasaron los datos de campo apuntados en los estadillos a los programas informáticos EXCEL y SPSS.

En EXCEL se crearon dos archivos principales. Uno con los datos de los árboles muestra y otro con los datos de los árboles de la muestra de validación.

En ambos archivos se puede observar:

- Número de pie
- Diámetro normal
- Altura total
- Volumen calculado mediante la fórmula de Pressler-Bitterlich
- Cota del punto en el que se encuentra el árbol
- Rodal en el que se encuentra el árbol

Cabe decir que los cálculos para conseguir el diámetro normal medio (ya que se hicieron dos medidas en “cruz”) y el volumen por Pressler-Bitterlich (con la fórmula vista en el apartado 3.3.2.4) se hicieron también en EXCEL para evitar posibles errores de cálculo. Estos archivos primigenios fueron los que, una vez hechos los cálculos y eliminadas las columnas pertinentes, dieron lugar a los principales archivos de datos.

A la hora de realizar los análisis estadísticos se optó por el programa SPSS 15.0.

3.3.3.4. Análisis estadístico

Es muy difícil que dos individuos de similares características sean exactamente iguales o que evolucionen de la misma manera tal que con el transcurrir de los años se comporten de una forma idéntica. Del mismo modo se puede asegurar que es muy complicado que dos árboles de la misma especie, que hayan crecido en una misma superficie forestal, incluso si pertenecen al mismo rodal o cantón teniendo las mismas medidas de diámetro o altura produzcan un volumen de madera exactamente igual.

Pero sí que se puede estimar, dentro de unos valores y con un margen de error, a partir de una muestra cómo se comporta toda una población.

Esto se hace mediante regresiones y análisis estadísticos, que deben ser valorados y validados a través de los estudios de las gráficas, resultados y residuos.

Mediante las gráficas se puede hacer una idea de la tendencia que toman los datos de la muestra y percibir valores extraños o anómalos que pueden ser debidos a errores en la toma de los datos en el campo o errores de registro a la hora de introducir los mismos.

Los resultados que nos proporcionan unas regresiones y otras sirven para comparar cómo de significativas son, estadísticamente hablando, cuando las aplicamos a una muestra independiente. De este modo se pueden ir descartando las posibilidades que produzcan mayores errores.

Y, por último, los residuos deben ser estudiados de forma exhaustiva para contrastar las hipótesis de linealidad, normalidad, homocedasticidad e independencia.

3.3.3.5. Modelos

Para la *tarifa de cubicación* se han estudiado un gran número de modelos distintos antes de concluir cuál ha sido el óptimo. A continuación (Tabla 14) se enumeran los más relevantes.

Tabla 14 Modelos utilizados para el desarrollo de la Tarifa de cubicación

Nº	Nombre	Expresión
(1)	Lineal	$V = a + b \cdot dn$
(2)	Logarítmica	$V = a + b \cdot \ln dn$
(3)	Inversa	$V = a + \frac{b}{dn}$
(4)	Cuadrática	$V = a + b \cdot dn + c \cdot dn^2$
(5)	Cúbica	$V = a + b \cdot dn + c \cdot dn^2 + d \cdot dn^3$
(6)	Potencial	$V = a \cdot dn^b$
(7)	Compuesta	$V = a \cdot b^{dn}$
(8)	Curva-S	$V = e^{(a + \frac{b}{dn})}$
(9)	Crecimiento	$V = e^{(a + b \cdot dn)}$
(10)	Exponencial	$V = a \cdot e^{b \cdot dn}$
(11)	Linealizada	$\ln V = a + b \cdot \ln dn$

a, b, c, d : coeficientes de regresión
 V : volumen (m^3)
 dn : diámetro normal (cm)

Para la *tabla de cubicación*, en la que aparte del diámetro normal se introduce como variable la altura total de los pies, las ecuaciones estudiadas son las siguientes (Tabla 15):

Tabla 15 Modelos utilizados para el desarrollo de la Tabla de cubicación

Nº	Nombre	Expresión
(12)	Schumacher	$V = a \cdot dn^b \cdot H^c$
(13)	Australiana	$V = a + b \cdot H + c \cdot dn^2 \cdot H + d \cdot (dn^2 \cdot H)^2$
(14)	Spurr	$V = a + b(Dn^2H)$
(15)	Variable combinada	$V = a + b(Dn^2H) + c(Dn^2H)^2$

a, b, c : coeficientes de regresión
 V : volumen (dm^3)
 dn : diámetro normal (cm)
 H : altura total (m)

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**4.1. TARIFA DE CUBICACIÓN**

Tarifa de cubicación para *Pinus sylvestris* para el monte *Aguas Vertientes* en el término municipal de El Espinar (Segovia).

- V : Volumen con corteza en m³
- dn : Diámetro normal en cm

Para las siguientes Tarifas se han utilizado 233 árboles muestra, pertenecientes al monte *Aguas Vertientes*.

Los volúmenes fueron calculados a partir del método de cubicación de Pressler-Bitterlich.

Tarifa aplicada a los rodales pertenecientes al estrato A, estrato con cotas inferiores a los 1500m:

Valores extremos:

Diámetro menor: 20,6 cm

Diámetro superior: 55,1 cm

$$\text{FÓRMULA: } \ln(V) = -9,356 + 2,546 \cdot \ln(dn)$$

Tabla 16 Tarifa de cubicación para el estrato A

C.D.	V
22,5	0,239551
27,5	0,399284
32,5	0,610936
37,5	0,879477
42,5	1,209537
47,5	1,605472
52,5	2,071412
57,5	2,611290

C.D.: clase diamétrica en cm.

V: volumen en m³.

Tarifa aplicada a los rodales pertenecientes al estrato B, estrato con cotas superiores a los 1500m:

Valores extremos:

Diámetro menor: 20,8 cm

Diámetro superior: 56,0 cm

FÓRMULA: $Ln(V) = -9,994 + 2,67 \cdot Ln(dn)$

Tabla 17 Tarifa de cubicación para el estrato B

C.D.	V
22,5	0,186204
27,5	0,318185
32,5	0,497038
37,5	0,728324
42,5	1,017324
47,5	1,369093
52,5	1,788489
57,5	2,280206

C.D.: clase diamétrica en cm.

V: volumen en m³.

4.2. TABLA DE CUBICACIÓN

Tarifa de cubicación para *Pinus sylvestris* para el monte *Aguas Vertientes* en el término municipal de El Espinar (Segovia).

- V : Volumen con corteza en m³
- dn : Diámetro normal en cm
- H : Altura total en m

Para la siguiente Tarifa se han utilizado 233 árboles muestra.

Los volúmenes fueron calculados a partir del método de cubicación de Pressler-Bitterlich.

$$\text{FÓRMULA: } V = 0,000045 \cdot dn^{2,067} \cdot H^{0,822}$$

Tabla 18 Tabla de cubicación

C.D. H	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
5	0,105	0,160	0,225	0,303	0,392	0,494	0,607	0,733
6	0,122	0,185	0,262	0,352	0,456	0,574	0,705	0,851
7	0,139	0,210	0,297	0,399	0,517	0,651	0,801	0,966
8	0,155	0,235	0,332	0,446	0,577	0,727	0,894	1,078
9	0,171	0,259	0,365	0,491	0,636	0,800	0,984	1,188
10	0,186	0,282	0,398	0,535	0,694	0,873	1,073	1,296
11	0,201	0,305	0,431	0,579	0,750	0,944	1,161	1,401
12	0,216	0,328	0,463	0,622	0,806	1,014	1,247	1,505
13	0,231	0,350	0,494	0,664	0,861	1,083	1,332	1,607
14	0,246	0,372	0,525	0,706	0,915	1,151	1,415	1,708
15	0,260	0,394	0,556	0,747	0,968	1,218	1,498	1,808
16	0,274	0,415	0,586	0,788	1,021	1,284	1,580	1,906
17	0,288	0,436	0,616	0,828	1,073	1,350	1,660	2,004
18	0,302	0,457	0,646	0,868	1,124	1,415	1,740	2,100
19	0,316	0,478	0,675	0,908	1,176	1,479	1,819	2,196
20	0,329	0,499	0,704	0,947	1,226	1,543	1,898	2,290
21	0,343	0,519	0,733	0,985	1,276	1,606	1,975	2,384
22	0,356	0,539	0,762	1,024	1,326	1,669	2,052	2,477
23	0,369	0,559	0,790	1,062	1,375	1,731	2,129	2,569
24	0,383	0,579	0,818	1,100	1,424	1,793	2,205	2,661
25	0,396	0,599	0,846	1,137	1,473	1,854	2,280	2,751
26	0,409	0,619	0,874	1,174	1,521	1,914	2,354	2,842
27	0,421	0,638	0,901	1,211	1,569	1,975	2,429	2,931
28	0,434	0,657	0,929	1,248	1,617	2,035	2,502	3,020

C.D. H	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
29	0,447	0,677	0,956	1,285	1,664	2,094	2,576	3,108
30	0,460	0,696	0,983	1,321	1,711	2,153	2,648	3,196

Los datos remarcados en la tabla corresponden a los pares de valores a los que pertenecen los pies de la muestra.

C.D.: clase diamétrica en cm.

H: altura total en m.

V: volumen en m³.

4.3. COMPARACIÓN DE LOS DISTINTOS MODELOS

En primer lugar, se aportan los datos de cubicación aplicando los valores modulares utilizados hasta ahora a la muestra independiente sobre la que hemos ajustado los distintos modelos, tanto para el lote en total de todo el monte como para los lotes diferenciados según altitud (Tabla 19).

Tabla 19 Aplicación de los valores modulares a la muestra de validación

Estrato	Vol. Real (m ³)*	Vol. V.M. (m ³)**	Diferencia	
			Vol. (m ³)	%***
A ⁽¹⁾	18,995	17,852	1,143	6,02
B ⁽²⁾	12,402	14,321	-1,920	-15,48
Todo el monte	31,397	32,173	-0,776	-2,47

* Vol. Real: volumen medido mediante el relascopio de Bitterlich

** Vol. V.M.: volumen calculado al aplicar los valores modulares sobre la muestra de validación

*** Se consigue de la siguiente manera: $\% = \frac{\text{Vol. Real} - \text{Vol. V.M.}}{\text{Vol. Real}} \cdot 100$

⁽¹⁾ Estrato A: rodales con cotas medias inferiores a los 1500 m

⁽²⁾ Estrato B: rodales con cotas medias superiores a los 1500 m

A continuación se expone una comparativa de algunos de los modelos usados (apartado 3.3.3.5.) para el desarrollo de la Tarifa y de la Tabla.

- TARIFA DE CUBICACIÓN.

En primer lugar, se ofrecen varias tablas donde se reflejan los valores de los parámetros estimados, según estrato, para cada uno de los modelos (Tablas 20 y 21), y los estadísticos de los mismos (Tablas 22 y 23).

Tabla 20 Parámetros estimados para los modelos del estrato A (cota inferior a 1500m)*

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(1)	Lineal	-1,206	0,058		
(2)	Logarítmica	-6,181	1,988		
(3)	Inversa	2,734	-63,011		
(4)	Cuadrática	0,096	-0,016	0,001	
(5)	Cúbica	0,096	-0,016	0,001	0,000
(6)	Potencial	$8,65 \times 10^{-5}$	2,546		
(7)	Compuesta	0,056	1,074		
(8)	Curva-S	2,163	-84,027		
(9)	Crecimiento	-2,881	0,072		
(10)	Exponencial	0,056	0,072		
(11)	Linealizada	-9,356	2,546		

* Los datos ofrecidos en la tabla son los correspondientes coeficientes de corrección de los modelos que aparecen en la tabla 14

Tabla 21 Parámetros estimados para los modelos del estrato B (rodales de cota superior a 1500m)*

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(1)	Lineal	-1,156	0,053		
(2)	Logarítmica	-5,729	1,828		
(3)	Inversa	2,466	-57,812		
(4)	Cuadrática	0,189	-0,023	0,001	
(5)	Cúbica	0,189	-0,023	0,001	0,000
(6)	Potencial	$4,57 \times 10^{-5}$	2,670		
(7)	Compuesta	0,040	1,078		
(8)	Curva-S	2,078	-87,768		
(9)	Crecimiento	-3,213	0,075		
(10)	Exponencial	0,040	0,075		
(11)	Linealizada	-9,994	2,670		

* Los datos ofrecidos en la tabla son los correspondientes coeficientes de corrección de los modelos que aparecen en la tabla 14

Tabla 22 Estadísticos de los modelos del estrato A (cota inferior a 1500m)

Nº	Modelo	R^2	<i>F</i>	<i>M.C.R.</i>	<i>E.T.</i>	σ
(1)	Lineal	0,850	806,339	0,040	0,201	0,1998
(2)	Logarítmica	0,804	583,487	0,053	0,229	0,2285
(3)	Inversa	0,735	393,496	0,071	0,267	0,2659
(4)	Cuadrática	0,871	475,179	0,035	0,187	0,1856
(5)	Cúbica	0,871	475,179	0,035	0,187	0,1856
(6)	Potencial	0,872	968,375	0,052	0,228	0,1864
(7)	Compuesta	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(8)	Curva-S	0,864	900,522	0,055	0,235	0,1994
(9)	Crecimiento	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(10)	Exponencial	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(11)	Linealizada	0,852	968,375	0,052	0,228	0,2271

R^2 : coeficiente de determinación

F : F de Snedecor

M.C.R. : media cuadrática residual

E.T. : error típico de la estimación

σ : desviación típica residual

Tabla 23 Estadísticos de los modelos del estrato B (cota superior a 1500m)

Nº	Modelo	R^2	<i>F</i>	<i>M.C.R.</i>	<i>E.T.</i>	σ
(1)	Lineal	0,847	480,535	0,039	0,198	0,1971
(2)	Logarítmica	0,793	332,345	0,053	0,231	0,2293
(3)	Inversa	0,715	218,769	0,073	0,270	0,2685
(4)	Cuadrática	0,875	300,285	0,032	0,180	0,1781
(5)	Cúbica	0,875	300,285	0,032	0,180	0,1781
(6)	Potencial	0,874	482,592	0,078	0,279	0,1792
(7)	Compuesta	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(8)	Curva-S	0,826	414,288	0,089	0,298	0,2007
(9)	Crecimiento	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(10)	Exponencial	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(11)	Linealizada	0,838	482,592	0,078	0,279	0,2778

R^2 : coeficiente de determinación

F : F de Snedecor

M.C.R. : media cuadrática residual

E.T. : error típico de la estimación

σ : desviación típica residual

Criterio basado en los estadísticos:

En primer lugar se observa el coeficiente de determinación R^2 (estadístico que, multiplicado por cien, indica el porcentaje de las variaciones de la variable dependiente que explica el modelo (ÁLVAREZ, 1995).

Los modelos que ofrecen unos valores superiores de este estadístico son los siguientes:

Para los rodales del estrato A: Modelos número 4, 5, 6, 8 y 11

Para los rodales del estrato B: Modelos número 4, 5, 6, 1 y 11.

Otro estadístico a tener en cuenta es la *F de Snedecor experimental*, que muestra el valor del cociente entre los cuadrados medios *entre y dentro* de grupos y se distribuye según una *F de Snedecor* si no hay diferencias significativas entre las medias (ÁLVAREZ, 1995). Los mayores valores indican qué modelos son los más estadísticamente significativos.

Para el estrato A, los modelos que presentan los mayores valores son 6, 8 y 11; y en el caso del estrato B los que mayor valor ofrecen son los modelos número 1, 6 y 11.

A raíz de este estadístico F, se obtiene la probabilidad de encontrar una F como la observada si no hubiera diferencias significativas entre las medias. Si esta probabilidad es mayor que el nivel de significación establecido (0,05) no se podría rechazar la hipótesis nula.

Sólo se han observado altos niveles de significación, por encima del 0,05, en los modelos *cuadrático y cúbico*, como se verá más abajo.

También es muy importante tener en cuenta los estadísticos que están relacionados a los residuos, de forma directa como son el *error típico* y la *desviación típica*. Y vienen dados por las siguientes expresiones:

$$E.T. \text{ (Error típico de la estimación)} = \sqrt{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n - 2)}$$

$$\sigma \text{ (Desviación típica residual)} = \sqrt{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n}$$

El error típico (*E.T.*) es la raíz cuadrada de la media cuadrática residual (*M.C.R.*). Representa una medida de variabilidad de la variable dependiente que no es explicada por la regresión. Cuanto más pequeño es el error mejor es el ajuste.

Es una medida de ajuste absoluta, no relativa como el coeficiente de determinación R^2 (ATO y LÓPEZ, 1990)

Tanto el error típico. como la media cuadrática residual presentan los valores más bajos en los siguientes modelos:

Para el estrato A: Modelos número 1, 4, 5, 6 y 11

Para el estrato B: Modelos número 1, 4, 5, 2 y 3.

El último estadístico estudiado es la *desviación típica residual* (σ). Este estadístico mide la dispersión de los residuos respecto a su media. Los modelos más fiables son los que presentan los valores más bajos en esta dispersión.

Los modelos con menor desviación típica en el estrato A son 4, 5, 6 y 8. Para el estrato B tenemos los modelos 1, 4, 5 y 6.

Criterio basado en las gráficas:

De las gráficas ofrecidas en el Anexo VIII, podemos sacar las siguientes conclusiones:

- se desechan las gráficas correspondientes a los modelos 1, 2 y 3 ya que estiman valores negativos a partir de ciertos diámetros
- la tendencia de las gráficas de los modelos 7, 9 y 10 es ofrecer volúmenes anormalmente elevados para los diámetros mayores
- por lo tanto, las gráficas que se asemejan más a la realidad son las que pertenecen a los modelos 4, 5, 6, 8 y 11.

Criterio basado en la eficiencia de los modelos:

En la siguiente tabla se indica la validez de los modelos aplicados a una muestra independiente:

Tabla 24 *Aplicación de los modelos a la muestra de validación**

Modelo Estrato	Lineal (1)	Logarítmica (2)	Inversa (3)	Cuadrática (4)	Cúbica (5)	Potencial (6)
A ⁽¹⁾	2,616	4,862	7,336	-1,633	-1,633	-1,994
B ⁽²⁾	-3,727	-5,524	-4,281	-1,092	-1,092	-2,163

Tabla 24 (cont.) *Aplicación de los modelos a la muestra de validación**

Modelo Estrato	Compuesta (7)	Curva-S (8)	Crecimiento (9)	Exponencial (10)	Linealizada (11)
A ⁽¹⁾	-8,639	4,709	-11,815	-11,659	-1,930
B ⁽²⁾	-3,659	1,472	-3,791	-3,183	-2,103

* Los valores ofrecidos en esta tabla resumen los resultados de aplicar cada uno de los modelos a la muestra de validación. Se consigue mediante la expresión: $\% = \frac{\text{Vol.Real} - \text{Vol.Modelo}}{\text{Vol.Real}} \cdot 100$

(1) Estrato A: rodales con cotas medias inferiores a los 1500 m

(2) Estrato B: rodales con cotas medias superiores a los 1500 m

En esta tabla 24 vemos que para el estrato A los modelos que se acercan más a la realidad son 4, 5, 6 y 11, mientras que para el estrato B los que mejor ajustan son 4, 5, 8 y 11.

Últimas consideraciones:

En el caso de los modelos 4 (*Cuadrático*) y 5 (*Cúbico*) se deben hacer las siguientes observaciones:

- 1) El coeficiente para " dn^3 " en la expresión *cúbica* supera el límite de tolerancia para la introducción de variables, por lo tanto este término se excluye (ver tablas 20 y 21) y la ecuación resultante es exactamente igual a la *cuadrática*.
- 2) Por otro lado, en ambos casos el término " dn " no es significativo ya que el p-valor es sensiblemente superior a 0,05, con lo que se debe suprimir.

Por estos motivos se desechan las ecuaciones 4 y 5.

Resumen y conclusiones:

Una vez realizado los estudios mostrados anteriormente se decide que el modelo **linealizado** (11) es el más apropiado y estadísticamente más significativo.

Se ha optado por este modelo porque es, en líneas generales, el mejor de todos los utilizados.

Tras desechar varios modelos mediante las gráficas y los estadísticos, los modelos principales y de mayor significación estadística son el modelo linealizado (11) y el potencial (6). Este último sólo es notablemente mejor que el elegido en lo que respecta al estadístico de la desviación típica. Pero, aun así, se ha optado por el modelo linealizado por ser el que da los valores más ajustados a la muestra de validación, por detrás únicamente de los modelos cuadrático y cúbico desechados por los motivos ya explicados.

- TABLA DE CUBICACIÓN.

Al igual que en la *Tarifa*, para la *Tabla de cubicación* se ofrece en las tablas 25 y 26 los valores de los parámetros y los estadísticos de cada modelo. En este caso no se diferencia por estratos ya que, se supone, que el problema de la cota queda solventado al introducir la altura total como variable independiente.

Tabla 25 Parámetros estimados para los modelos de la tabla de cubicación*

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(12)	Schumacher	0,045	2,067	0,822	
(13)	Australiana	-142,476	6,254	0,203	0,024
(14)	Spurr	10,413	0,034		
(15)	Variable combinada	-52,013	0,039	-9,23x10 ⁻⁸	

* Los datos ofrecidos en la tabla son los correspondientes coeficientes de corrección de los modelos que aparecen en la tabla 14

Tabla 26 Estadístico de los modelos de la tabla de cubicación

Nº	Modelo	R^2	F	$M.C.R.$	$E.T.$	σ
(12)	Schumacher	0,938	4052,598	16498,350	128,446	127,85412
(13)	Australiana	0,939	3047,555	16456,602	128,283	124,45117
(14)	Spurr	0,935	5796,734	17284,343	131,470	131,18629
(15)	Variable combinada	0,938	3989,434	16754,641	129,440	128,88058

 R^2 : coeficiente de determinación F : F de Snedecor $M.C.R.$: media cuadrática residual $E.T.$: error típico de la estimación σ : desviación típica residual

Una vez conseguidos los modelos, en este caso también los aplicamos sobre la muestra independiente de validación:

Tabla 27 Aplicación de los modelos de la tabla a la muestra de validación*

	Schumacher (12)	Australiana (13)	Spurr (14)	Variable combinada (15)
Todo el monte	-0,6784	-2,1956	-1,4274	-3,8463

* Los valores ofrecidos en esta tabla resumen los resultados de aplicar cada uno de los modelos a la muestra de validación. Se consigue mediante la expresión: $\% = \frac{\text{Vol.Real} - \text{Vol.Modelo}}{\text{Vol.Real}} \cdot 100$

Si tenemos en cuenta los criterios de los estadísticos como ya hemos hecho en el caso de la *Tarifa*, el modelo más significativo será el número 12, el modelo de Schumacher. Además, como podemos observar en la tabla 27, este modelo da unas diferencias mínimas respecto al volumen real.

4.4. COMPROBACIÓN DE LAS CONDICIONES PARAMÉTRICAS

En este punto se realiza el estudio de comprobación de las condiciones paramétricas de los modelos elegidos mediante las hipótesis de *linealidad*, *autocorrelación*, *normalidad* y *homocedasticidad*.

4.4.1. Comprobación de las condiciones paramétricas del modelo Linealizado

Tenemos dos expresiones del modelo linealizado, una para los rodales cuya cota media es menos de 1500 m (Estrato A) y otra para los rodales con una cota media superior a los 1500 m (Estrato B):

ESTRATO A

$$\ln(V) = -9,356 + 2,546 \cdot \ln(dn)$$

ESTRATO B

$$\ln(V) = -9,994 + 2,670 \cdot \ln(dn)$$

LINEALIDAD

La hipótesis de linealidad la hemos contrastado, en este caso, de dos formas.

La primera es gráficamente. De esta manera se puede observar rápidamente que existe una buena relación lineal entre la variable dependiente $\ln V$ y la variable independiente $\ln Dn$, tanto para el estrato A como para el estrato B.

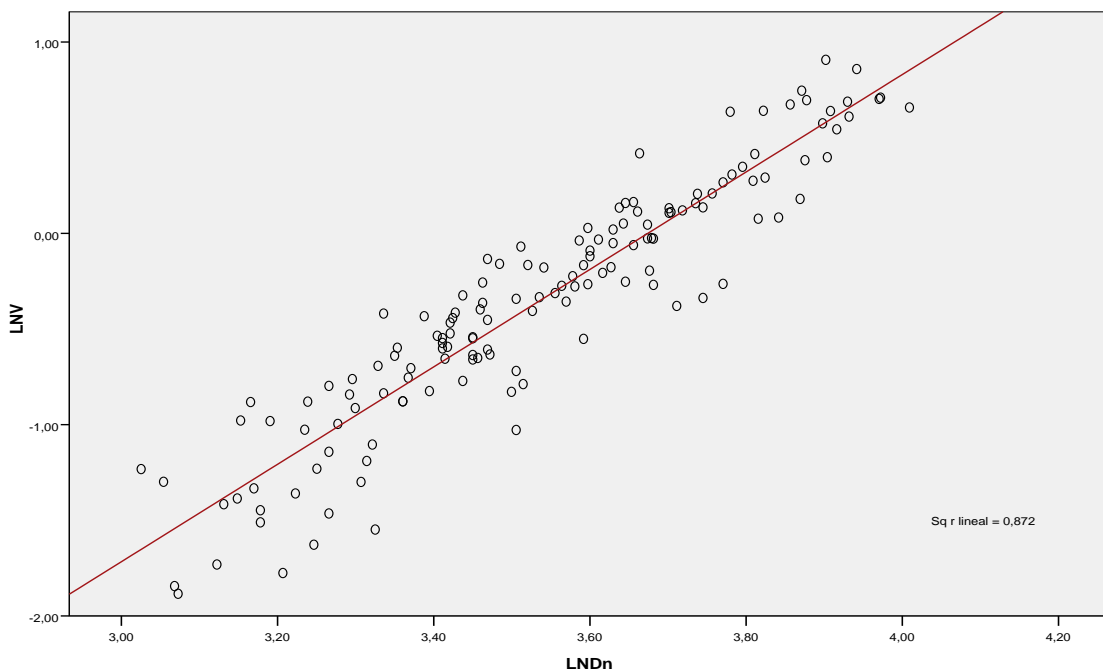


Figura 6 Gráfica $\ln V - \ln dn$, para el estrato A (cota inferior a 1500m)

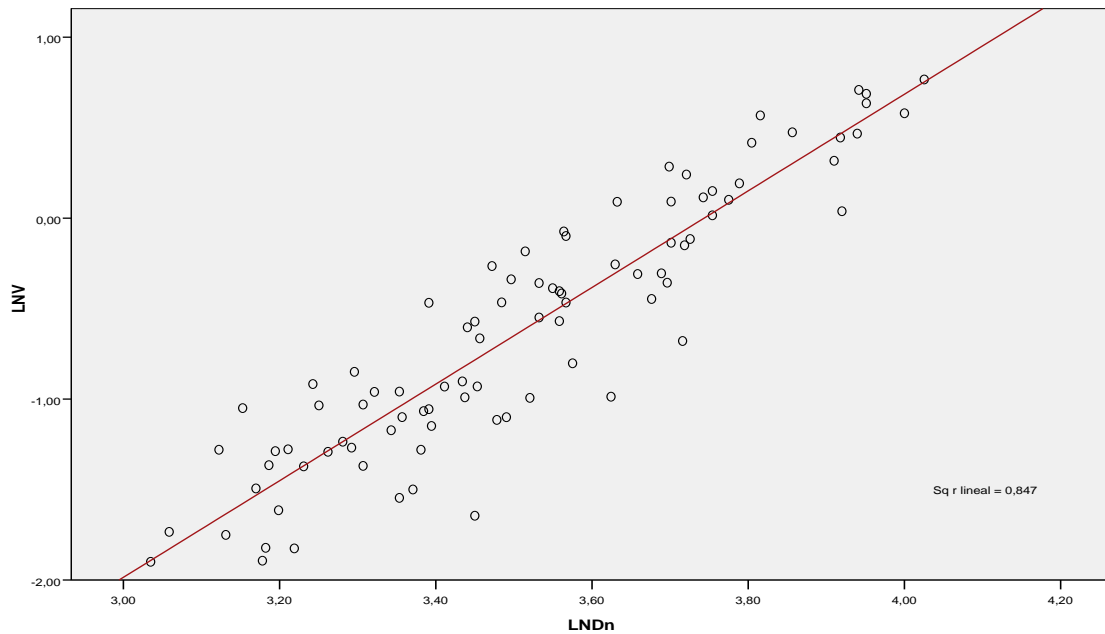


Figura 7 Gráfica Ln V – Ln dn, para el estrato B (cota superior a 1500m)

Por otro lado, el coeficiente de correlación de Pearson también nos permite conocer la fuerza de asociación lineal entre ambas variables.

Tabla 28 Correlaciones entre variables. Estrato A (cota inferior a 1500m)

		LNV	LNDn
Correlación de Pearson	LNV	1,000	,934
	LNDn	,934	1,000
Sig. (unilateral)	LNV	.	,000
	LNDn	,000	.
N	LNV	144	144
	LNDn	144	144

Tabla 29 Correlaciones entre variables. Estrato B (cota superior a 1500m)

		LNV	LNDn
Correlación de Pearson	LNV	1,000	,920
	LNDn	,920	1,000
Sig. (unilateral)	LNV	.	,000
	LNDn	,000	.
N	LNV	89	89
	LNDn	89	89

Tal y como indican las tablas 32 y 33 existe una gran relación entre las variables para los dos estratos.

AUTOCORRELACION

La autocorrelación es una perturbación que consiste en que los valores de la variable dependiente están relacionados con el valor anterior de dicha variable (ALVAREZ, 1995).

También se realiza este análisis para ver si los residuos son independientes (FERRAN, 1996).

El valor de Durbin-Watson es **1,633** para el estrato A y **1,693** para el estrato B. Al estar próximo a 2 indica que se cumple correctamente el principio de que los términos no están correlacionados entre sí.

NORMALIDAD

El estudio de la normalidad de los residuos se ha realizado mediante los gráficos de histogramas y probabilístico normal (P-P).

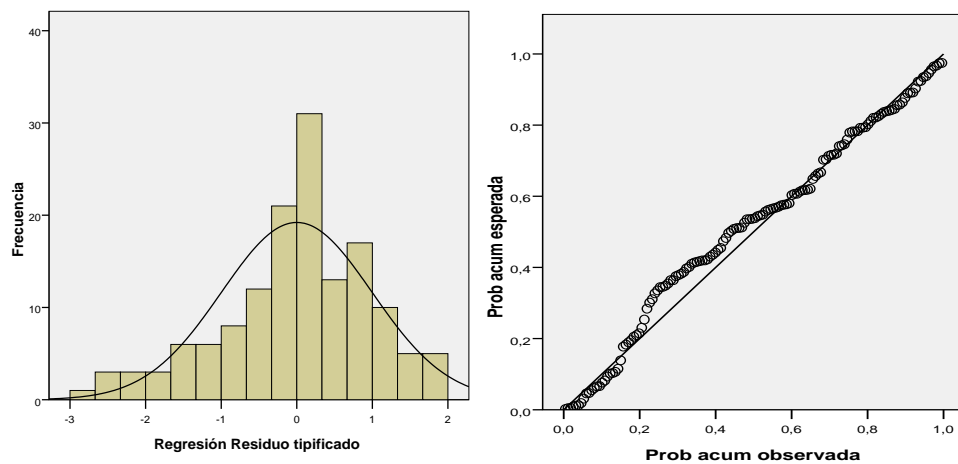


Figura 8 Histograma y gráfico P-P de los residuos. Estrato A (cota inferior a 1500m)

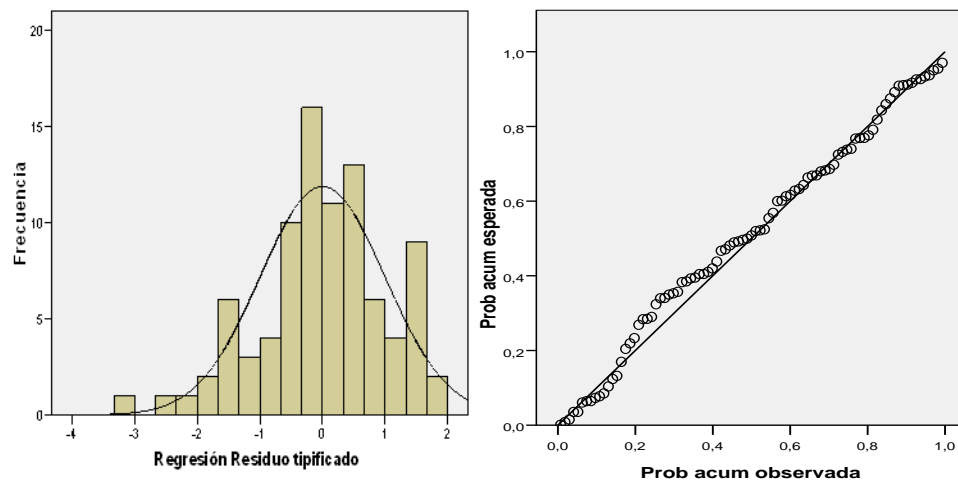


Figura 9 Histograma y gráfico P-P de los residuos. Estrato B (cota superior a 1500m)

En los histogramas de ambos estratos se refleja cómo los residuos no se alejan apreciablemente de una distribución normal.

El diagrama P-P compara la frecuencia acumulada por los residuos tipificados con la probabilidad esperada bajo la hipótesis de normalidad. No se observan diferencias muy significativas, con lo que se mantiene como válida la hipótesis de normalidad.

HOMOCEDASTICIDAD

La homocedasticidad implicaría que los residuos tengan varianza constante, si no se cumple esta opción diremos que existe heterocedasticidad. Esto también se puede comprobar gráficamente.

Primeramente, en ninguno de los gráficos de los residuos frente a los valores pronosticados se observa que exista algún patrón, con lo que son aleatorios. Esto indica que no existe heterocedasticidad.

Y, por otro lado, analizaremos el gráfico de los valores observados frente a los predichos. Podemos ver en dichos gráficos, para ambos estratos, que los datos se alinean en la diagonal del primer cuadrante, lo que implica que podemos asumir homocedasticidad.

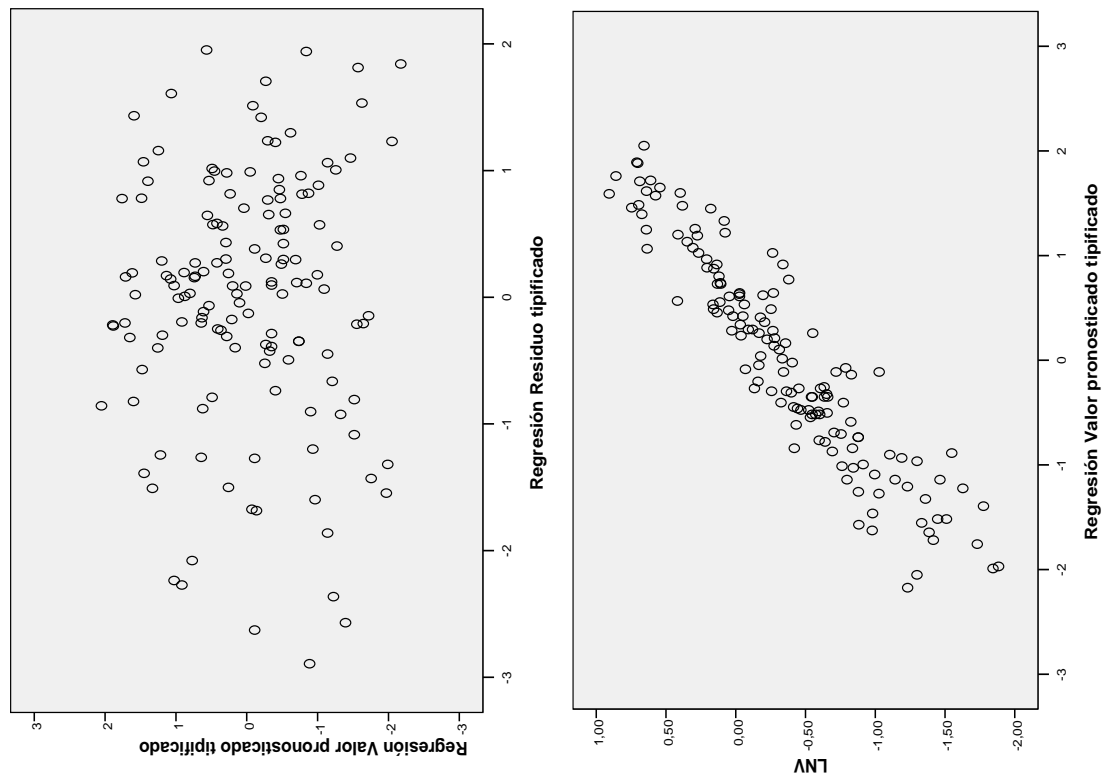


Figura 10 Gráficos de los residuos del estrato A (cota inferior a 1500m)

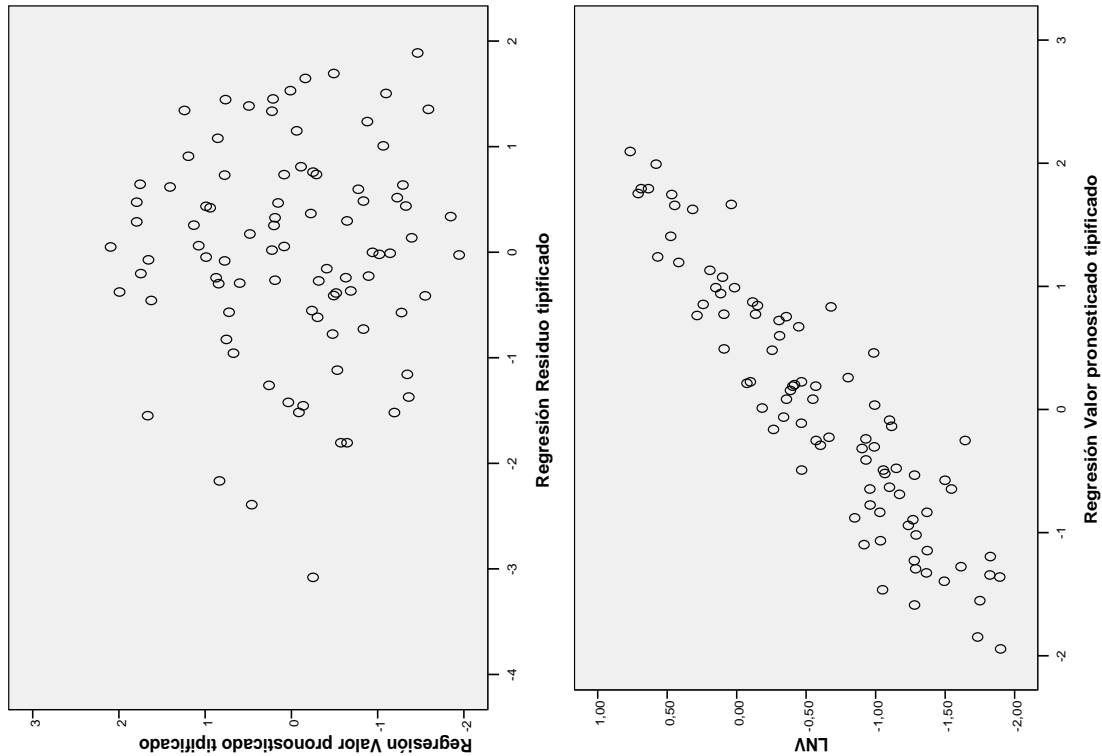


Figura 11 Gráficos de los residuos del estrato B (cota superior a 1500m)

4.4.2. Comprobación de las condiciones paramétricas del modelo Schumacher

Al igual que se ha hecho con el modelo **linealizado**, se analiza ahora el cumplimiento de las condiciones paramétrica para el modelo elegido en la Tabla de cubicación, en este caso la fórmula de **Schumacher**, de nuevo consistentes en las hipótesis de *autocorrelación*, *normalidad* y *homocedasticidad*. La linealidad no se comprueba al ser una expresión no lineal.

ECUACIÓN:

$$V = 0,045 \cdot dn^{2,067} \cdot H^{0,822}$$

AUTOCORRELACION

Para aplicar el test de Durbin-Watson a los residuos conseguimos el valor de la siguiente fórmula:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

en nuestro caso(*):

$$d = \frac{7353798,61}{3794618,08} = 1,93795488 \approx 2$$

(*) Los datos de los residuos se aportan en el ANEXO X

Al ser un valor muy próximo a 2 se cumple correctamente el principio de que los datos no están correlacionados entre sí.

NORMALIDAD

El estudio de la normalidad de los residuos se ha realizado mediante los gráficos de histogramas y probabilístico normal (P-P).

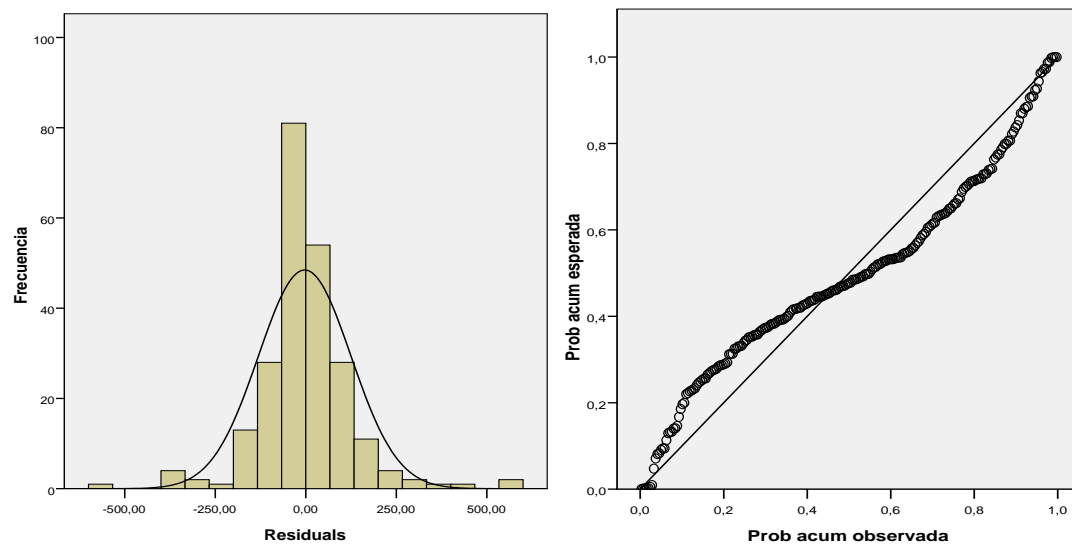


Figura 12 Histograma y gráfico P-P de los residuos del modelo de Schumacher

Aunque en el diagrama P-P se aprecie cierta desviación, el histograma nos muestra cómo los residuos se ajustan a una distribución normal.

HOMOCEDASTICIDAD

Se realiza, de nuevo, gráficamente el estudio de la homocedasticidad.

Del gráfico de la relación entre los residuos y los valores pronosticados concluimos que para los valores predichos más bajos se mantiene una regularidad en los residuos pero para los valores más altos se ve cómo va aumentando el valor de los residuos, no pudiendo negarse la heterocedasticidad. Esto podría deberse a que la muestra tiene pocos individuos para los volúmenes superiores.

Por otro lado, aunque en el gráfico de los valores observado frente a los predichos también aparece cierta dispersión para los volúmenes mayores, sí que se mantiene una tendencia a la alineación en la diagonal del primer cuadrante, con lo que se podría asumir la hipótesis de homocedasticidad

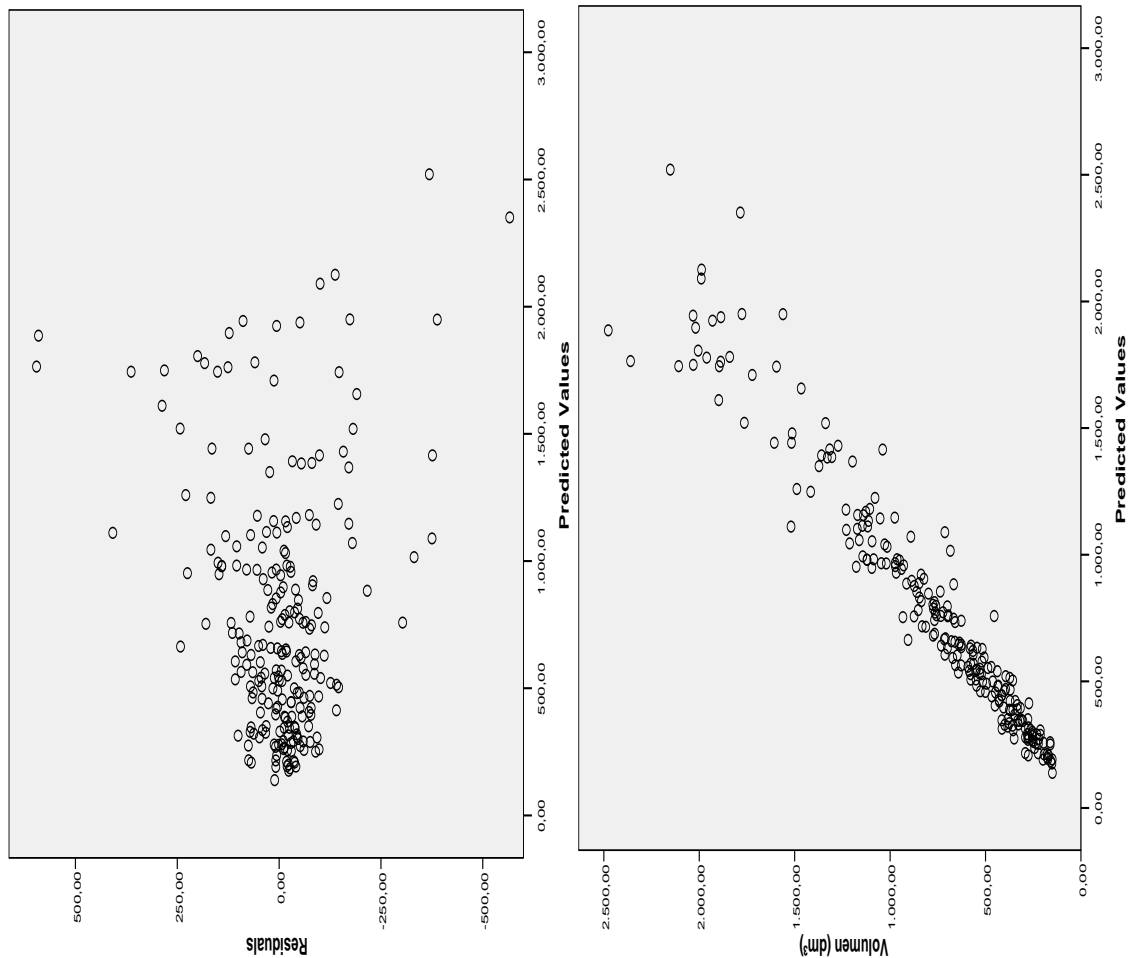


Figura 13 Gráficos de comprobación de homocedasticidad del modelo de Schumacher

Finalmente, es importante resaltar que las regresiones propuestas en este Trabajo Fin de Carrera son meramente predictivas y no explicativas. Lo que significa que, si alguna de las hipótesis no es concluyente o válida al cien por cien no significa que deba desecharse la propuesta del modelo de Schumacher como posible Tabla de cubicación.

4.5. VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

En este punto se analizan a fondo los resultados de la aplicación de los valores modulares actuales, la *Tarifa* y la *Tabla*, aportadas en este trabajo, a una muestra de validación independiente.

Las tablas con los resultados se exponen en el Anexo IX.

A continuación se muestra una tabla resumen:

Tabla 30 Resumen de las tablas de validación (i)

	Valores Modulares	Tarifa de Cubicación	Tabla de Cubicación
Estrato A*	6,02	-1,93	
Estrato B	-15,48	-2,10	
Todo el monte**	-2,47		-0,68

(i) Los valores que se dan en la tabla reflejan, en porcentaje, la diferencia que existe entre el volumen real y el modelo aplicado. Los valores positivos indican que el modelo aplicado subestima el volumen real, por lo tanto, ofrece valores más pequeños que el real. Por el contrario, los valores negativos indican que se sobrestima el volumen real, ya que el modelo utilizado ofrece volúmenes superiores a los reales.

* El estrato A comprende los rodales de las cotas inferiores a 1500m. El estrato B contiene los rodales de cotas superiores a los 1500m

** Se aplica a la totalidad de la muestra de validación, sin distinguir por cotas.

En esta tabla 37 podemos ver cómo los modelos propuestos tanto para la *Tarifa* como para la *Tabla* dan resultados más cercanos a la realidad que los valores modulares que permanecen vigentes a día de hoy.

Es muy destacable el error dado por los valores modulares para el estrato B, ya que ofrece un volumen que es bastante superior (más del 15%) al volumen real. Es precisamente en este estrato, donde las diferencias entre la cubicación en pie dada por la administración y la cubicación calculada por el aserradero y la guardería forestal son más elevadas.

El hecho de que los valores modulares para este estrato B den un error tan amplio y de signo negativo, significa que la administración sobrestima el volumen real, lo que provoca que la madera que llega al aserradero cubicará un volumen menor que el propuesto por la administración. De este modo, no se alcanzaría la posibilidad en estos rodales.

Por otro lado, en el caso del estrato A se produce el efecto contrario. La administración subestima el volumen real con lo que se cortaría más de lo medido. En este caso, el aserradero conseguiría más volumen de lo debido y, a efectos de ordenación, se estaría cortando más volumen que lo estimado en la posibilidad.

Para el caso de la *Tabla*, el resultado que nos da el modelo es muy similar al calculado en pie mediante el relascopio (por debajo del 1% de diferencia). En este caso, al igual que

ocurre con las *Tarifas* ofrecidas, el porcentaje de error tiene signo negativo; esto significa que las fórmulas dadas subestiman, con lo que el volumen calculado será algo menor que el volumen real.

Por último, se debe hacer hincapié en que todas las Tarifas y Tablas que se utilicen sólo serán válidas para lotes enteros y no para un número escaso de árboles pues, como puede verse en las tablas del Anexo IX la diferencia relativa en el volumen unitario de algún pie se acerca al 100% cuando aplicamos los valores modulares. Esta diferencia es menos importante en el caso de la Tarifa ya que es algo superior al 60% para el estrato A y del 30% en el estrato B; en el caso de la Tabla la máxima diferencia unitaria no llega al 25%.

Queda demostrado, por tanto, que los valores modulares utilizados hasta la fecha parecen haberse quedado obsoletos o haber sido calculados de forma incorrecta ya que las diferencias ofrecidas con la muestra independiente son muy elevadas. La Tarifa y la Tabla de cubicación proporcionadas en este trabajo ofrecen valores más cercanos a la realidad.

5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS

5.1. CONCLUSIONES

1.- Se ha comprobado la escasa fiabilidad de los valores modulares que vienen siendo utilizados hasta ahora ya que, aplicándose a una muestra actual, las diferencias con respecto al volumen real calculado son bastante amplias.

2.- Se ha observado que conforme se va subiendo en altitud, probablemente debido a la temperatura y a la exposición al viento, los árboles van reduciendo su crecimiento en altura. Por ello, la cota debe ser un factor a tener en cuenta para el cálculo volumétrico de la masa.

3.- Se propone una nueva Tarifa de cubicación.

A día de hoy, en el monte *Aguas Vertientes*, la Administración sólo mide el diámetro de los pies para calcular los volúmenes de los mismos, por lo tanto las tarifas de una entrada también son las más prácticas. Pero, tal y como se ha explicado, es posible que debido a la evolución de la masa en el tiempo estas tarifas se vayan quedando obsoletas y sea necesario la construcción de nuevos modelos.

4.- También se propone una Tabla de cubicación ya que, aun siendo más complejas, suelen funcionar mejor que las Tarifas pues, al ir introduciendo variables independientes, los márgenes de error del modelo se van acotando.

La Tabla ofrecida en este trabajo no es una excepción. Al introducir en el modelo una segunda variable, a parte del diámetro normal, como es la altura, en nuestro caso se elimina la arbitrariedad que pueden ejercer otros factores, como es la cota, en el crecimiento en altura del árbol. Por ello no tiene por qué diferenciarse estratos a la hora de aplicar nuestra Tarifa de cubicación.

5.- Tal y como se ha comprobado mediante la validación con la muestra independiente tanto para los valores modulares actuales como para la tabla y las tarifas de cubicación propuestas, la diferencia relativa entre el volumen real unitario (para un solo pie) y el calculado, mediante uno de los métodos nombrados, puede ser muy elevado; lo cual nos indica, una vez más, que el uso de las tablas y tarifas de cubicación se debe aplicar para conocer el volumen de lotes enteros y no como cálculo de árboles individuales.

5.2. PROPUESTAS

- Realizar un estudio de calidades de estación en el monte, dada su importancia en relación con una correcta cubicación, así como de otras cuestiones referentes a la gestión forestal.

En la séptima revisión del proyecto de ordenación, desarrollada por Prieto y Sáez en 1991, se ofrece un conjunto de modelos matemáticos en los que se diferencia la productividad en tres calidades de estación. Aunque el texto no llegó a ser aprobado podría servir como base para un próximo estudio.

- Mejorar la cubicación construyendo modelos generalizados o con nuevas ecuaciones diferenciadas por edades.
- Hacer un seguimiento de las cubicaciones realizadas en el aserradero. Sabiendo la procedencia de cada lote se podrá conocer con más exactitud la validez de los modelos propuestos en el presente trabajo.

6. BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ CÁCERES, R. (1995). *Estadística multivariante y no paramétrica con SPSS*. Díaz de Santos. 390 pp.

ATO GARCÍA, M. y LÓPEZ PINA, J.A. (1990). *Estadística avanzada con el paquete Systat*. EDITUM. 264 pp.

BRAVO FERNÁNDEZ, J.A. y SERRADA HIERRO, R. (2007). *Tercera Revisión de la Ordenación del monte "Cabeza de Hierro" (Rascafría, Madrid)*. Documento sin publicar. 310 pp.

CEBALLOS ARANDA, J., JIMÉNEZ FERNÁNDEZ, F., MARTÍN MUÑOZ, J. (2001). *8ª Revisión de Ordenación del Grupo de Montes nº13 de la provincia de Segovia "Aguas Vertientes y Agregados"*. Servicio territorial de Medio Ambiente. Junta de Castilla y León. Segovia. 440 pp.

DIÉGUEZ ARANDA, U., BARRIO ANTA, M., CASTEDO DORADO, F., RUÍZ GONZÁLEZ, A., ÁLVAREZ TABOADA, M., ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J., ROJO ALBORECA, A. (2003). *Dendrometría*. Fundación Conde del Valle de Salazar y Mundi-Prensa. 327 pp.

FERRÁN ARANAZ, M. (1996). *SPSS para Windows. Programación y análisis estadístico*. MacGraw-Hill. Madrid. 580 pp.

FRANÇOIS, L. (1947). *Le pin sylvestre de race noble*. Revue des Eaux et Forêts. 354-373.

GOUPIL, Ph. (1981). *Construction de gammes de tarifs de cubage à une entrée pour l'estimation sur pied du volume commercial bois fort du Pin sylvestre dans l'Orne*. Fontainebleau: Section technique de l'Office National des Forêts. 67 pp.

HERRERO TEJEDOR, T., PÉREZ MARTÍN, E. (2002). *Actualización topográfica y cartográfica mediante técnicas gps y sig del monte público "Aguas Vertientes" El Espinar (Segovia)*. XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Santander.

HUMMEL, F.C. (1955). *The volumen-basal area line: a study in forest mensuration*. Forestry Commission Bulletin, nº24, 84 pp.

LÓPEZ PEÑA, C., MARCHAL NAVIDAD, B. (1991). *Dasometría práctica*. E.U.I.T. Forestal. Universidad Politécnica de Madrid. 195 pp.

LÓPEZ PEÑA, C. (2000). Utilización del relascopio de Bitterlich para la cubicación de árboles. El Coleccionable, *Forestalia*, nº3, segundo cuatrimestre.

MADRIGAL COLLAZO, A. (1994). *Ordenación de montes arbolados*. Colección técnica. ICONA. 375 pp.

- MARTÍNEZ MILLÁN, F.J.; ARA LÁZARO, P. y GONZÁLEZ DONCEL, I. (1993). *Ecuaciones alométricas de tres variables: estimación del volumen, crecimiento y porcentaje de corteza de las principales especies maderables españolas*. Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales, I.N.I.A., 2(2): 211-228.
- PEDROZA, H., Dickovskyi, L. (2006). *Sistema de análisis estadísticos con SPSS*. Institutí Nicaragüens de Tecnología Agropecuaria, I.N.T.A. Managua. 153 pp.
- PHILIP, M.S. (1994). *Measuring trees and forest*. CAB International. 310 pp.
- PITA CARPENTER, P.A. (1967). *Tablas de cubicación por diámetros normales y alturas totales*. Dirección General de Montes, Caza y Pesca Fluvial. Ministerio de Agricultura. 73 pp.
- PRIETO, A., HERNANDO, A. (1995). *Tarifas de cubicación e inventario por ordenador*. Fundación Conde del Valle Salazar. E.S.T.I. Montes. Universidad Politécnica de Madrid. 274 pp.
- PRIETO, A., SÁEZ, A. (1991). *Proyecto de ordenación del grupo de montes de utilidad pública nº 138 y 139*. Junta de Castilla y León. 441 pp. + anexos.
- ROJO Y ALBORECA, A., MONTERO GONZÁLEZ, G. (1996). *El pino silvestre en la sierra de Guadarrama*. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. 293 pp.
- RONDEUX, J. (2010). *Medición de árboles y masas forestales*. Traducción de Arturo Díaz de Barrionuevo. Ediciones Mundi-Prensa. 521 pp.

ANEXO I. EVOLUCIÓN DE LA ORDENACIÓN

Tabla I. Evolución de la Ordenación. Principales características.

Documento	Año	Periodo	Método de Ordenación	Cortas de Regeneración	Turno (años)	Periodo de Reg. (años)	Inventario
Ordenación	1906	1905-1915	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	100	20	Conteo de pies
1ª Revisión	1915	1915-1925	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	100	20	Conteo de pies
2ª Revisión	1927	1925-1935	Ordenar Transformando	Entresaca regularizada	100	20	Conteo de pies
3ª Revisión	1942	1936-1946	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	100	20	Conteo de pies
4ª Revisión	1950	1946-1955	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	100	20	Conteo de pies
5ª Revisión	1956	1956-1965	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	120	20	Conteo de pies
6ª Revisión	1968	1966-1975	Ordenar Transformando	Aclareo sucesivo	120	20	Conteo de pies
7ª Revisión	1991	1988-1997	"Fustal Irregular" y Entresaca	Entresaca por bosquetes	140	N.C.	Muestreo: malla 150x150
8ª Revisión	2000	2000-2009	Tramo Móvil	Aclareo sucesivo	120	20	Muestreo: malla 150x150

(N.C.) = No Corresponde

Tabla I. Evolución de la Ordenación. Principales características. (cont.)

Documento	Año	Periodo	Número de pies		Existencias (m ³)	Posibilidad anual (m ³)	Volumen apeado (m ³)	Diferencia (*)	
			10-20 cm	>20 cm				Vol (m ³)	%
Ordenación	1906	1905-1915	S.D.	212.848	109.996	1.903	18.465	-565	-3,0
1ª Revisión	1915	1915-1925	S.D.	244.043	167.997	2.658	26.577	-3	0,0
2ª Revisión	1927	1925-1935	36.559	225.656	149.280	2.434	21.475	-2.865	-11,8
3ª Revisión	1942	1936-1946	101.361	228.346	181.256	3.386	30.338	-3.522	-10,4
4ª Revisión	1950	1946-1955	162.893	233.426	180.457	3.331	31.835	-1.475	-4,4
5ª Revisión	1956	1956-1965	185.390	246.931	174.147	2.525	25.386	136	0,5
6ª Revisión	1968	1966-1975	170.940	293.082	187.597	2.983	S.D.	S.D.	S.D.
7ª Revisión	1991	1988-1997	297.363	425.316	292.766	3.371	31.377	-2.333	-6,9
8ª Revisión	2000	2000-2009	289.857	420.253	300.688	4.850	22.733	-25.767	-53,1

(*) Diferencia entre el volumen apeado y la posibilidad total del decenio
(S.D.) = Sin Datos

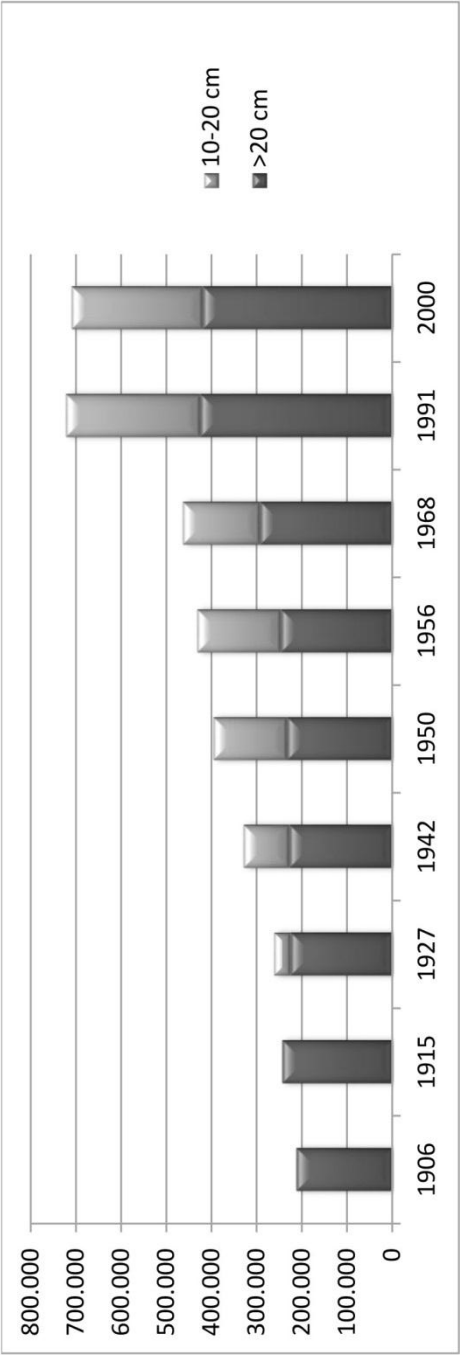


Figura I.a Número de pies mayores y menores de cada periodo

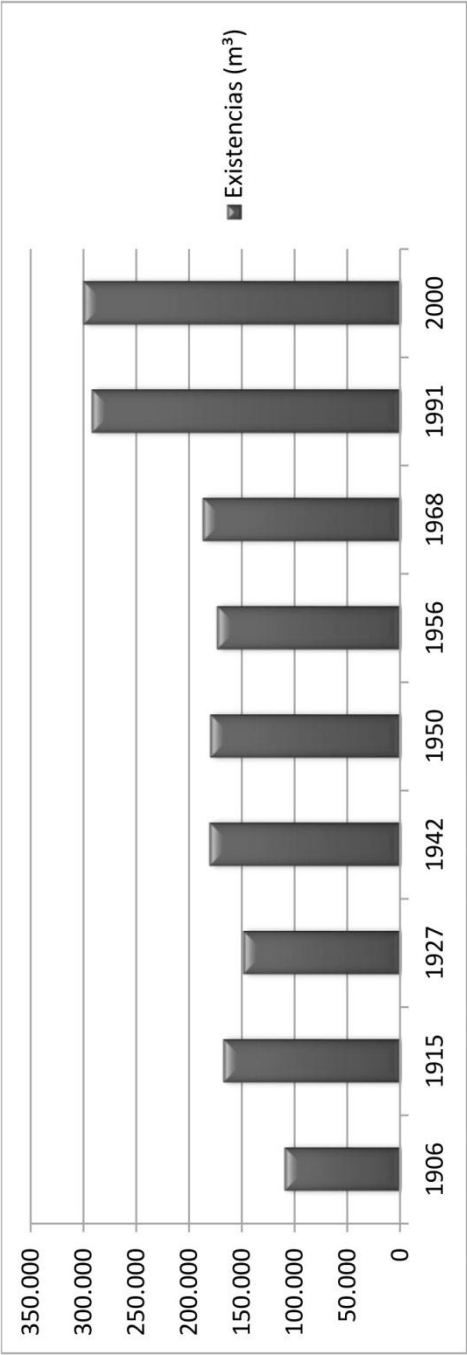


Figura I.b Existencias calculadas en cada ordenación

ANEXO II. GRAFICAS VOLUMEN – DIAMETRO NORMAL

Gráfica de la relación volumen – diámetro normal de la muestra inicial de 234 pies

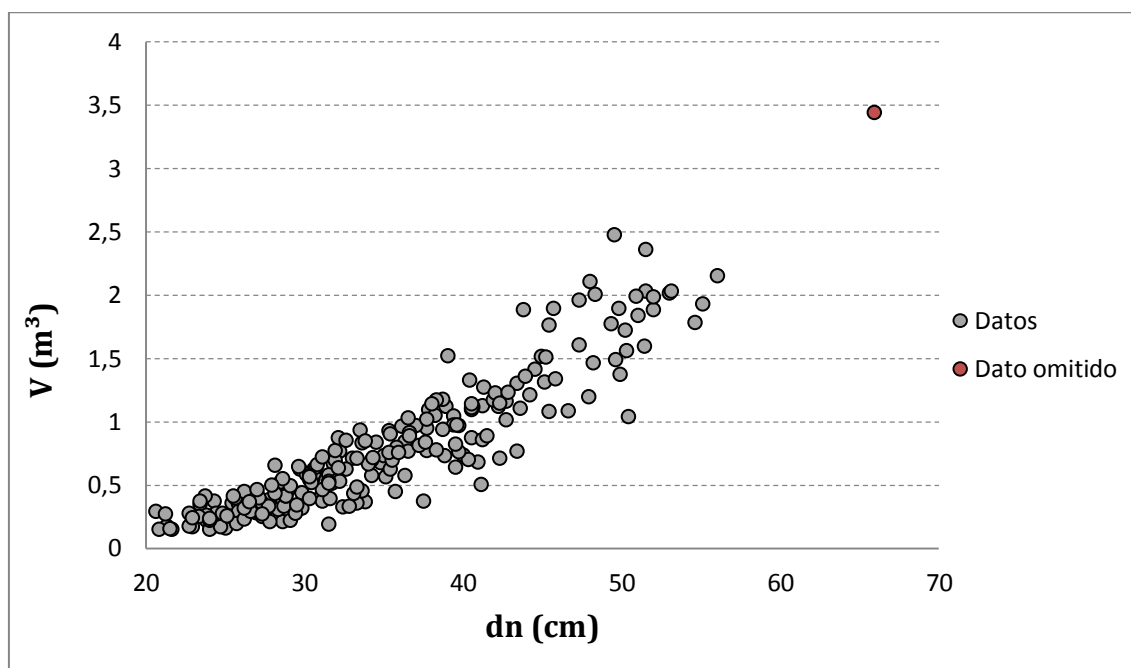


Figura II.a Nube de puntos de la muestra inicial

En rojo, dato excluido para el desarrollo de los análisis estadísticos

Gráfica de la relación volumen – diámetro normal de la muestra final de 233 pies

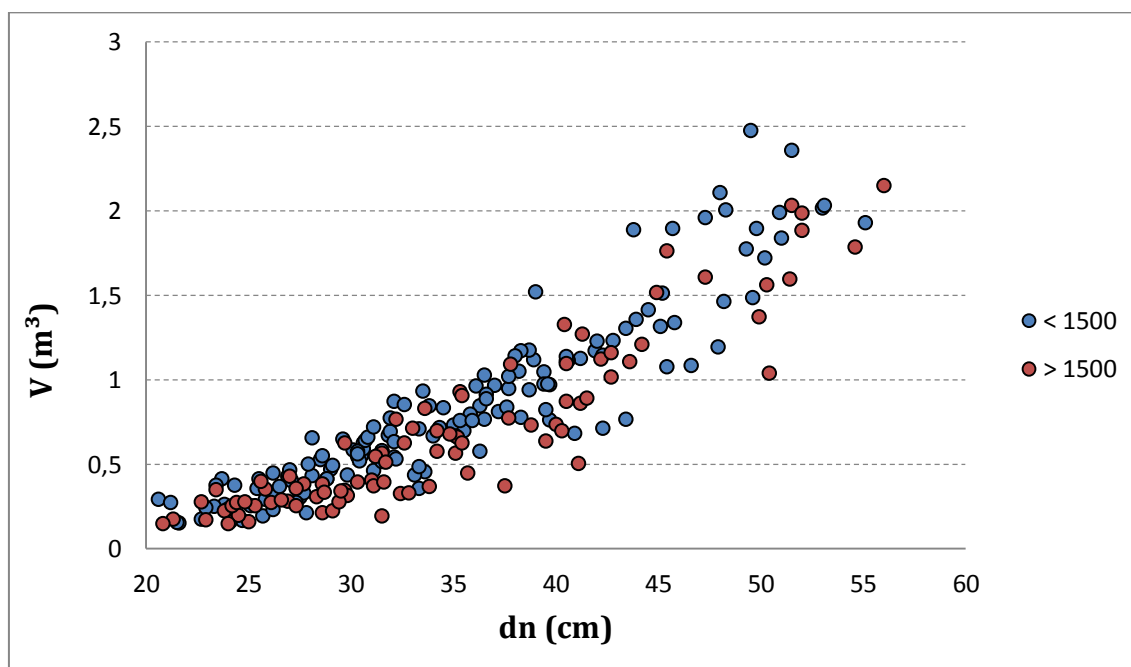


Figura II.b Nube de puntos de la muestra según estratos

ANEXO III. CAMPO VISUAL DEL RELASCOPIO DE BITTERLICH

En la siguiente figura podemos observar las distintas bandas, y sus nombres correspondientes, de las que consta el relascopio de Bitterlich modelo "MS"

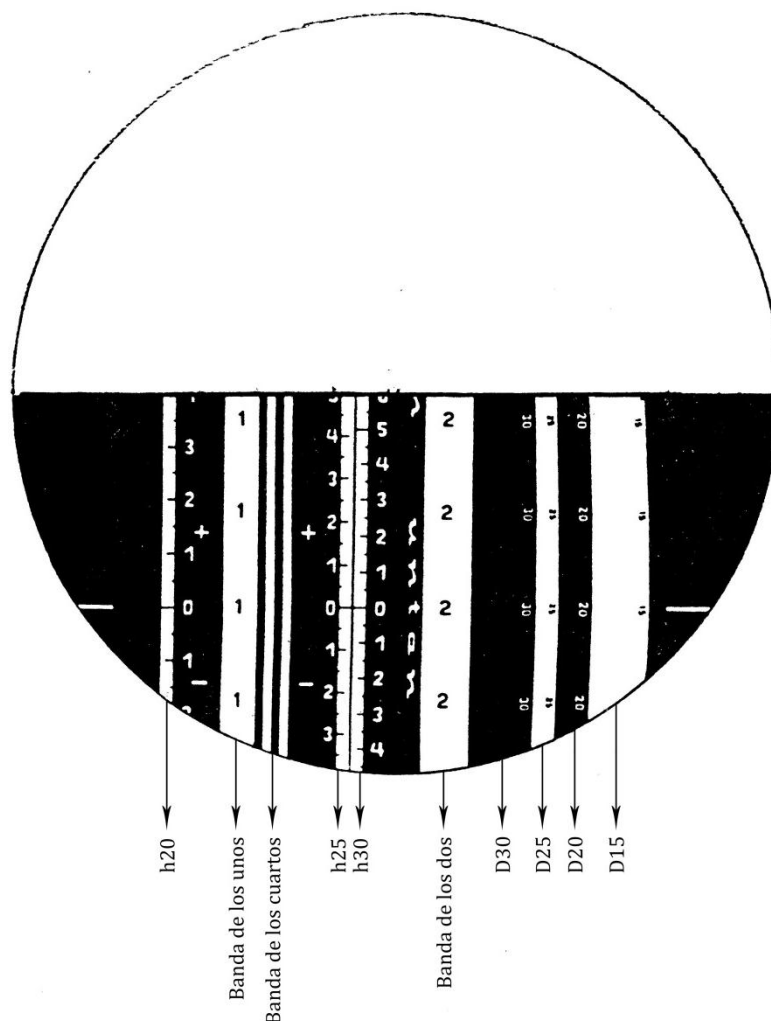


Figura III.a Detalle de las bandas del relascopio de Bitterlich

Fuente: Elaboración propia, a partir de LOPEZ y MARCHAL (1991)

ANEXO IV. TRANSFORMACIÓN DE LA FÓRMULA DE PRESSLER

El siguiente desarrollo de la transformación de la fórmula de Pressler se ha obtenido de LÓPEZ (2000).

Se parte de la fórmula de Pressler:

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot dn^2 \cdot Hp$$

Durante el proceso de medición con el relascopio obtenemos la altura aparente del punto directriz (Hp_a), que es la altura a la que el árbol tiene por diámetro la mitad del diámetro normal, con la escala de medir alturas desde 25 metros (h_{25}). Pero como es improbable que el observador esté situado a 25 m exactos del árbol, en proyección horizontal, se entiende que no es la altura real del punto directriz (Hp).

Si llamamos D a la distancia a la que el observador está estacionado y 25 los metros a los que debería estar, se puede afirmar la siguiente relación:

$$Hp = Hp_a \cdot (D/25)$$

Con esto vemos que la fórmula inicial evoluciona en la siguiente expresión, donde al estar la magnitud 25, en metros, nos obliga a entrar con las magnitudes de todas las variables en metros para obtener el volumen en metros cúbicos.

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot dn^2 \cdot \frac{D}{25} \cdot Hp_a$$

La distancia real D no es conocida al no haber sido medida previamente, y no es necesario medirla ya que se cumple, según las propiedades de las bandas del relascopio:

$$\frac{a}{y} = \frac{dn}{D} = \frac{n}{200}$$

a = ancho de la banda del relascopio utilizada
 y = distancia al visor de la línea de puntería
 dn = diámetro normal
 D = distancia desde la que lanzamos la visual
 n = número de bandas de 1/4 utilizadas

De donde obtenemos que:

$$D = \frac{200 \cdot dn}{n}$$

Con lo que sustituyendo en la anterior expresión se consigue la fórmula de Pressler que se debe aplicar a la hora de cubicar mediante el método de Pressler-Bitterlich:

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot dn^2 \cdot \frac{200 \cdot dn}{25 \cdot n} \cdot Hp_a$$



$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{n} \cdot dn^3 \cdot Hp_a$$

ANEXO V. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA RELACIÓN ALTURA-DIÁMETRO NORMAL

En el análisis expuesto en este punto se intenta analizar si la altitud es un importante factor a tener en cuenta a la hora de diferenciar por estratos el monte en distintas calidades de estación, ya que influye directamente en la altura de los pies y, a su vez, en la productividad maderera de éstos.

Con este análisis se propone la siguiente expresión:

$$H = a_1 + a_2 \cdot z + a_3 \cdot dn + a_4 \cdot z \cdot dn$$

a_i : coeficientes de regresión

z : valores de la variable ficticia "cota"

H : altura total (m)

dn : diámetro normal (cm)

Y, según los parámetros calculados en el análisis se obtiene (*):

$$(1) H = 10,728 + 0,208 \cdot dn$$

$$(2) H = 3,837 + 0,318 \cdot dn$$

(1) Fórmula para pies por debajo de la cota 1500m

(2) Fórmula para pies por encima de la cota 1500m

(*) Estos modelos serán válidos para árboles con diámetros superiores a 20 cm. Ver desarrollo más abajo

Tabla V.a Estadísticos descriptivos de la relación altura – diámetro normal

Variable dependiente: Altura total (m)

0>1500; 1<1500	Media	Desv. típ.	N
0	14,809	4,5605	89
1	18,017	3,6575	144
Total	16,792	4,3099	233

Tabla V.b Pruebas de los efectos inter-sujetos en la relación altura – diámetro normal

Variable dependiente: Altura total (m)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
Modelo corregido	1644,928(a)	3	548,309	47,125	,000
Intersección	647,268	1	647,268	55,630	,000
Dn	667,052	1	667,052	57,330	,000
zD	47,381	1	47,381	4,072	,045
z	144,906	1	144,906	12,454	,001
Error	2664,486	229	11,635		
Total	70007,510	233			
Total corregida	4309,415	232			

a R cuadrado = ,382 (R cuadrado corregida = ,374)

Tabla V.c Estimación de los parámetros para la regresión $H = f(dn)$

Variable dependiente: Altura total (m)

Parámetro	B	Error típ.	t	Significación	Intervalo de confianza al 95%.	
					Límite inferior	Límite superior
Intersección	10,728	1,258	8,528	,000	8,249	13,207
Dn	,318	,042	7,572	,000	,235	,401
zD	-,110	,055	-2,018	,045	-,218	-,003
[z=0]	-6,891	1,953	-3,529	,001	-10,739	-3,044
[z=1]	0(a)

a Al parámetro se le ha asignado el valor cero porque es redundante.

Como se observa en las tablas, todos los términos de la regresión son significativos al 95%.

Desarrollo de la fórmula:

Para el caso de los pies en cotas inferiores a 1500m, se utiliza el parámetro [z=1] donde el término “z” es cero y el término “z·dn” tiene como constante el valor -,110

$$H = 10,728 + (0,318 - 0,110) \cdot dn$$

Para el caso de los pies en cotas superiores a 1500m, se utiliza el parámetro [z=0] donde el término “z” toma el valor -6,891 y el término “z·dn” es igual a 0.

$$H = (10,728 - 6,891) + 0,318 \cdot dn$$

ANEXO VI. DATOS DE LOS ARBOLES DE LA MUESTRA AJUSTE**Tabla VI.** Datos de la muestra de ajuste

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA (m)	RODAL
24,05	12,6	0,1617	1547	B-13
25,00	11,0	0,1612	1551	B-12
27,70	12,8	0,3828	1586	B-12
21,30	12,5	0,1766	1586	B-12
24,30	20,1	0,3749	1445	B-12
32,15	21,8	0,7673	1509	B-11
31,50	18,0	0,5646	1585	B-11
28,60	10,0	0,2131	1596	B-11
33,75	11,0	0,3704	1633	A-1
36,30	18,5	0,8465	1422	B-14
40,90	17,5	0,6842	1464	B-23
50,25	23,0	1,5613	1535	B-23
35,10	17,7	0,6679	1591	B-10
29,65	22,5	0,6264	1589	B-10
40,00	15,0	0,7372	1624	B-10
42,20	15,5	1,1215	1713	A-2
24,45	8,3	0,1990	1735	A-2
23,75	10,4	0,2245	1766	A-5
31,00	11,2	0,4056	1764	A-5
26,90	11,0	0,2813	1705	C-16
29,65	11,4	0,3480	1667	C-16
27,45	12,7	0,3043	1386	B-15
25,35	14,5	0,3582	1487	B-23
50,40	15,5	1,0390	1527	B-22
51,50	19,0	2,0311	1616	B-9
51,35	19,0	1,5952	1679	A-2
40,50	15,0	0,8730	1666	A-3
40,25	13,5	0,6999	1695	A-3
38,75	14,0	0,7342	1721	A-3
32,35	8,0	0,3279	1756	A-4
35,10	14,1	0,5661	1685	A-5
24,20	13,9	0,2553	1594	C-16
26,05	13,2	0,2749	1626	C-16
28,60	10,6	0,3834	1675	A-6
37,50	9,5	0,3728	1715	A-6
34,15	13,6	0,5776	1708	A-10
31,50	5,0	0,1931	1752	A-10
30,55	20,5	0,6270	1336	B-14
42,30	17,5	0,7133	1400	B-16
33,30	12,5	0,3577	1497	B-22
35,15	17,2	0,6594	1540	B-22
51,95	21,0	1,8866	1568	B-9
45,40	22,0	1,7639	1568	B-9
56,00	24,0	2,1517	1586	B-8
43,60	17,9	1,1066	1614	B-8
25,80	13,0	0,3552	1600	B-8

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA (m)	RODAL
31,05	12,0	0,3715	1662	A-3
41,20	13,9	0,8605	1704	A-4
28,30	12,0	0,3097	1702	A-5
25,60	14,4	0,3997	1570	B-5
27,00	17,0	0,4277	1536	C-16
31,55	13,1	0,3946	1574	C-15
24,35	9,3	0,2759	1631	A-6
20,75	8,5	0,1497	1697	A-6
24,00	8,8	0,1506	1693	A-7
47,30	18,6	1,6069	1587	C-12
34,50	20,6	0,8364	1498	C-10
41,15	20,4	1,1274	1498	C-10
32,75	9,5	0,3329	1607	C-9
35,65	9,3	0,4484	1691	A-8
29,10	7,6	0,2232	1741	A-9
51,00	19,9	1,8406	1456	D-13
36,50	14,5	0,7664	1427	D-12
49,60	14,0	1,4887	1493	D-11
31,50	14,5	0,5777	1484	D-11
27,25	11,0	0,2543	1618	A-10
31,20	14,0	0,5470	1627	A-10
39,45	11,0	0,6397	1669	A-11
25,25	11,5	0,2537	1669	A-11
33,00	16,0	0,7131	1620	D-9
27,30	15,0	0,3569	1553	D-9
24,80	12,7	0,2787	1620	A-12
24,65	9,0	0,1694	1336	B-16
27,75	10,0	0,2126	1382	B-22
30,50	17,0	0,5526	1435	B-21
33,55	20,1	0,4548	1460	B-20
38,85	19,0	1,1206	1474	B-19
54,55	23,5	1,7849	1513	B-19
21,60	10,3	0,1520	1498	B-19
52,00	23,5	1,9878	1545	B-19
44,90	21,2	1,5167	1582	B-7
41,05	9,0	0,5071	1694	A-4
41,45	18,0	0,8912	1575	B-5
35,75	19,6	0,7990	1450	B-4
37,65	20,5	0,9501	1485	C-15
29,75	18,0	0,4384	1485	C-15
34,75	15,5	0,6789	1535	C-14
23,35	14,5	0,3500	1619	C-14
40,40	26,3	1,3292	1558	C-12
35,25	23,6	0,9288	1557	C-12
37,80	22,3	1,0944	1565	C-11
43,35	11,5	0,7678	1486	C-10
44,45	18,2	1,4163	1493	C-9
40,50	16,5	1,0957	1622	C-9
37,70	13,2	0,7743	1681	A-8
49,90	15,0	1,3727	1669	A-9
32,60	15,1	0,6277	1555	C-6

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA (m)	RODAL
33,10	12,0	0,4367	1449	D-14
30,10	17,6	0,5854	1428	D-13
38,25	15,5	0,7765	1405	D-12
23,75	16,0	0,2637	1402	D-12
25,80	13,4	0,2922	1469	D-21
37,15	14,5	0,8134	1496	D-11
44,15	14,9	1,2121	1575	D-10
35,40	15,0	0,9059	1562	D-9
39,35	18,1	1,0464	1498	D-9
23,25	13,8	0,2501	1497	D-9
29,75	12,3	0,3171	1577	D-8
22,85	10,0	0,1737	1632	A-12
22,65	11,5	0,1771	1339	B-21
26,85	17,5	0,4307	1350	B-21
30,25	17,5	0,5479	1370	B-20
39,40	18,1	0,9736	1389	B-17
40,55	19,9	1,1172	1427	B-19
51,50	19,2	2,3601	1413	B-19
33,60	18,8	0,8322	1529	B-18
42,70	16,5	1,1618	1598	B-6
35,40	17,1	0,6272	1534	B-6
31,80	17,1	0,6718	1476	B-5
20,60	15,0	0,2916	1476	B-5
31,85	23,0	0,6953	1438	C-17
28,05	22,0	0,6575	1438	C-17
30,60	17,5	0,5926	1487	C-14
31,65	15,0	0,5213	1477	C-14
41,85	19,3	1,1705	1487	C-13
34,15	19,2	0,6986	1515	C-11
39,65	13,5	0,7637	1493	C-11
33,50	20,1	0,9331	1403	C-5
30,70	16,5	0,6424	1492	C-8
30,25	16,5	0,3942	1553	C-7
42,65	16,0	1,0155	1573	C-7
33,30	14,0	0,4872	1486	C-6
31,65	14,0	0,5146	1514	D-15
28,70	14,0	0,3330	1502	D-15
49,75	20,6	1,8955	1439	D-14
45,15	21,5	1,5132	1361	D-14
55,05	18,0	1,9305	1358	D-14
27,70	12,5	0,3316	1383	D-22
53,00	19,5	2,0190	1390	D-21
35,00	14,8	0,7318	1422	D-10
25,70	10,6	0,1964	1481	D-20
35,45	14,0	0,6998	1487	D-9
26,15	11,7	0,2313	1487	D-9
29,35	11,0	0,2780	1504	D-8
26,60	10,7	0,2907	1559	D-8
28,95	20,0	0,4701	1345	B-17
23,70	16,5	0,4140	1358	B-17
31,50	18,9	0,5810	1401	B-18

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA (m)	RODAL
37,00	20,2	0,9680	1457	B-18
41,30	25,9	1,2725	1543	B-6
27,10	18,9	0,4012	1441	B-3
30,75	21,0	0,6607	1415	B-4
40,50	20,5	1,1130	1393	B-4
21,15	19,0	0,2729	1382	C-18
31,90	24,0	0,7734	1435	C-18
34,00	23,5	0,6668	1445	C-18
43,35	22,0	1,3052	1442	C-18
35,30	18,9	0,7600	1403	C-18
38,95	22,0	1,5192	1433	C-18
32,05	18,1	0,5447	1392	C-18
28,50	16,6	0,5273	1392	C-5
26,15	17,5	0,4504	1412	C-7
49,50	23,0	2,4767	1420	C-7
38,70	18,6	1,1775	1425	C-7
38,15	24,0	1,0524	1447	C-5
45,05	20,5	1,3165	1393	D-15
45,80	21,5	1,3381	1383	D-16
39,65	17,5	0,9726	1343	D-16
41,95	18,0	1,2292	1339	D-16
43,85	21,5	1,3597	1345	D-22
21,50	11,1	0,1582	1323	D-21
32,15	14,5	0,5307	1402	D-20
33,25	17,7	0,7102	1467	D-5
29,50	13,7	0,3441	1521	D-6
22,65	15,3	0,2780	1524	D-6
25,10	13,1	0,2567	1427	D-7
28,75	15,5	0,4156	1295	B-17
28,75	15,5	0,4156	1295	B-1
45,35	16,9	1,0793	1380	B-1
42,25	18,0	1,1452	1436	B-2
37,65	20,2	1,0200	1422	B-3
29,10	17,0	0,4942	1337	B-3
49,25	24,2	1,7764	1331	B-4
48,25	23,2	2,0056	1332	B-4
37,60	19,2	0,8378	1386	B-4
39,60	22,0	0,9755	1337	C-19
32,10	22,5	0,8746	1358	C-19
29,55	20,9	0,6485	1345	C-2
47,25	24,0	1,9608	1361	C-2
36,10	23,0	0,9632	1362	C-2
36,60	19,6	0,9139	1346	C-2
28,05	18,2	0,4333	1347	C-3
38,25	22,8	1,1721	1358	C-3
40,45	21,0	1,1401	1363	C-3
36,50	24,0	1,0286	1344	C-4
45,65	23,2	1,8978	1309	C-4
42,80	18,7	1,2315	1328	D-16
34,30	16,3	0,7163	1344	D-19
24,00	13,5	0,2208	1338	D-19

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA (m)	RODAL
31,05	14,7	0,4624	1370	D-19
30,40	18,6	0,5193	1429	D-3
28,60	18,5	0,5500	1419	D-3
26,20	14,4	0,3192	1437	D-5
31,45	16,0	0,5294	1460	D-6
25,50	15,5	0,4150	1467	D-6
39,50	16,6	0,8229	1469	D-7
31,10	25,0	0,7229	1285	B-1
31,50	18,8	0,5172	1332	B-1
27,90	17,4	0,5003	1332	B-1
22,90	12,8	0,2427	1306	B-2
24,00	12,5	0,2352	1285	B-2
30,25	16,8	0,5783	1331	C-19
38,65	18,4	0,9402	1318	C-20
32,05	18,8	0,6361	1322	C-20
47,90	16,9	1,1969	1335	C-1
30,25	18,4	0,5638	1318	C-1
36,55	19,9	0,8871	1262	D-17
50,85	24,3	1,9896	1286	D-17
53,05	20,0	2,0325	1290	D-18
50,20	19,7	1,7222	1330	D-19
26,50	16,0	0,3693	1362	D-1
23,35	18,5	0,3760	1366	D-1
46,60	12,1	1,0862	1422	D-19
48,20	21,0	1,4658	1409	D-3
27,30	16,2	0,2727	1415	D-5
48,00	22,6	2,1078	1295	C-20
33,75	24,0	0,8474	1300	C-20
35,85	17,1	0,7575	1322	C-1
38,00	20,5	1,1435	1308	C-1
32,60	22,5	0,8526	1307	C-1
43,80	28,8	1,8875	1346	D-2
27,00	18,0	0,4669	1363	D-2
36,30	13,5	0,5760	1282	C-1
65,89*	17,1	3,4450	1707	A-2

* En rojo, dato omitido para el desarrollo de los modelos

ANEXO VII. DATOS DE LOS ARBOLES DE LA MUESTRA DE VALIDACION**Tabla VII.** Datos de la muestra de validación

dn (cm)	H (m)	V (m³)	COTA	ESTRATO
23,80	18,0	0,3205	1439	A
21,85	11,4	0,1966	1580	B
43,65	15,0	1,0320	1718	B
51,35	17,7	1,7369	1685	B
25,05	12,5	0,2255	1452	A
52,70	18,4	1,7320	1546	B
48,55	18,0	1,3122	1609	B
43,25	11,0	0,8514	1700	B
35,45	15,0	0,6555	1521	B
32,95	16,8	0,5151	1650	B
36,75	14,6	0,6315	1541	B
27,25	10,5	0,2945	1665	B
30,45	11,3	0,3178	1622	B
31,25	15,0	0,4426	1423	A
36,55	19,2	0,9050	1608	B
40,60	13,8	1,0127	1550	B
28,30	12,1	0,2848	1639	B
38,55	16,5	0,9179	1331	A
32,65	12,0	0,4465	1383	A
27,50	10,5	0,3103	1507	B
25,05	7,0	0,1975	1432	A
49,40	22,0	1,6349	1435	A
22,00	15,6	0,2096	1450	A
30,60	25,1	0,8026	1399	A
30,75	14,9	0,4948	1462	A
29,30	19,7	0,6006	1383	A
51,85	25,2	2,8830	1342	A
41,10	16,1	0,9052	1470	A
34,55	17,5	0,6133	1525	B
38,80	18,0	0,9328	1300	A
28,60	15,5	0,3858	1279	A
49,30	14,0	1,0979	1322	A
37,55	20,1	0,9592	1316	A
40,60	22,8	1,2229	1291	A
58,80	18,6	2,2460	1320	A
49,80	21,5	2,0694	1388	A

ANEXO VIII. GRAFICAS DE LOS MODELOS USADOS EN LA TARIFA

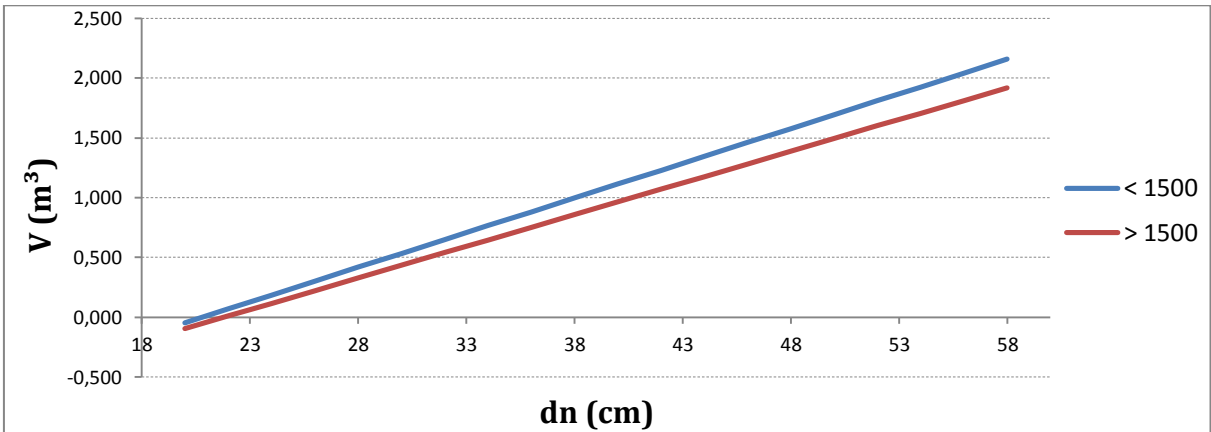


Figura VIII.a Gráfica del modelo lineal (modelo 1)

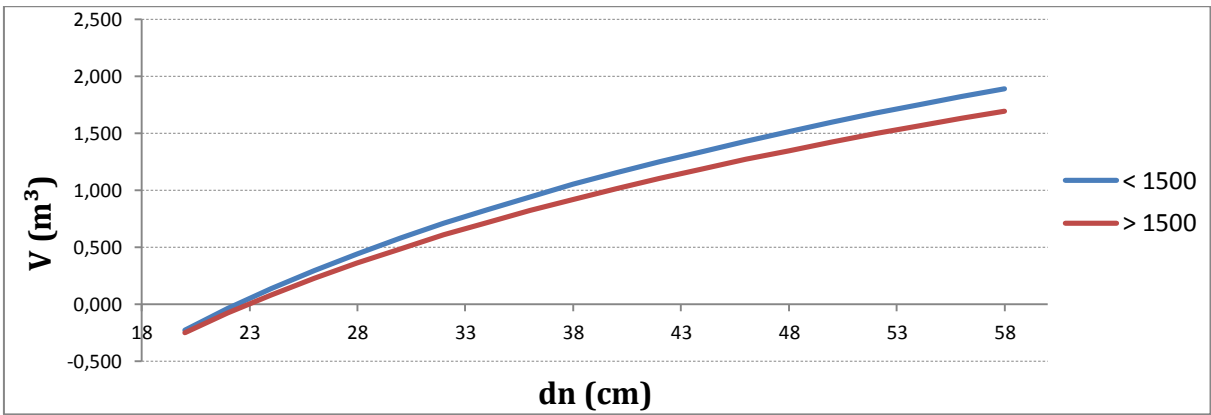


Figura VIII.b Gráfica del modelo logarítmico (modelo 2)

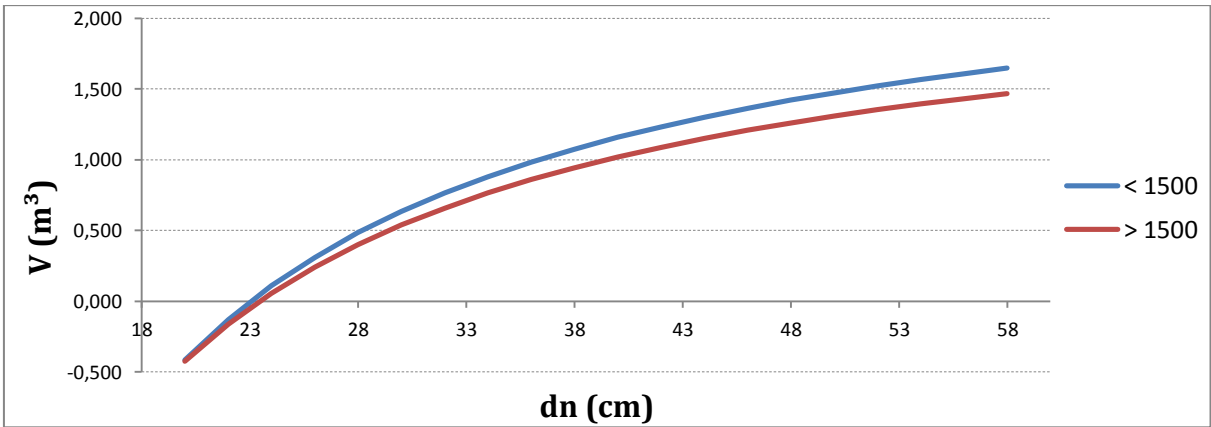


Figura VIII.c Gráfica del modelo inverso (modelo 3)

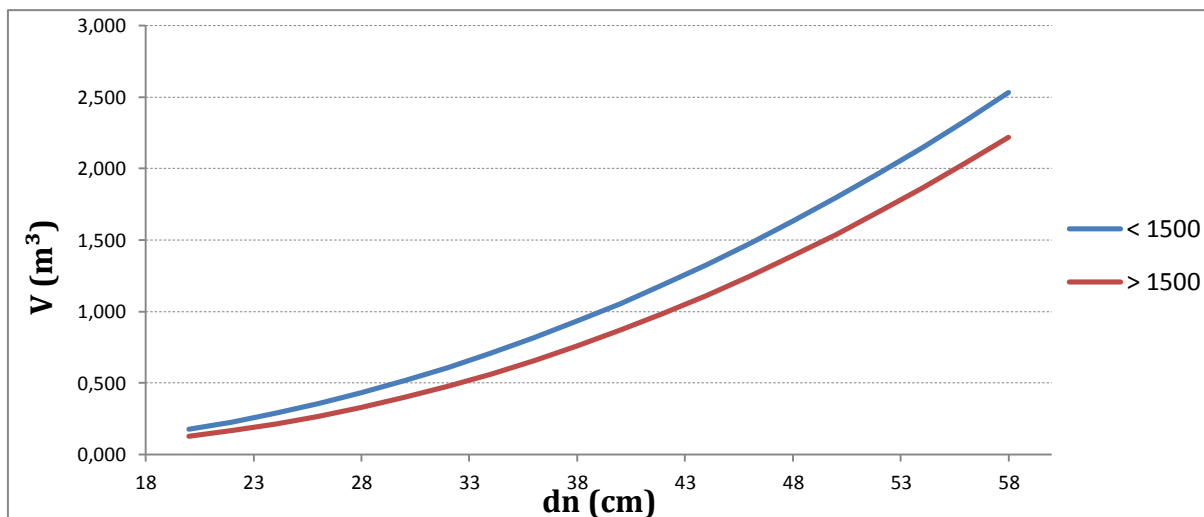


Figura VIII.d Gráfica de los modelos cuadrático y cúbico (modelos 4 y 5)

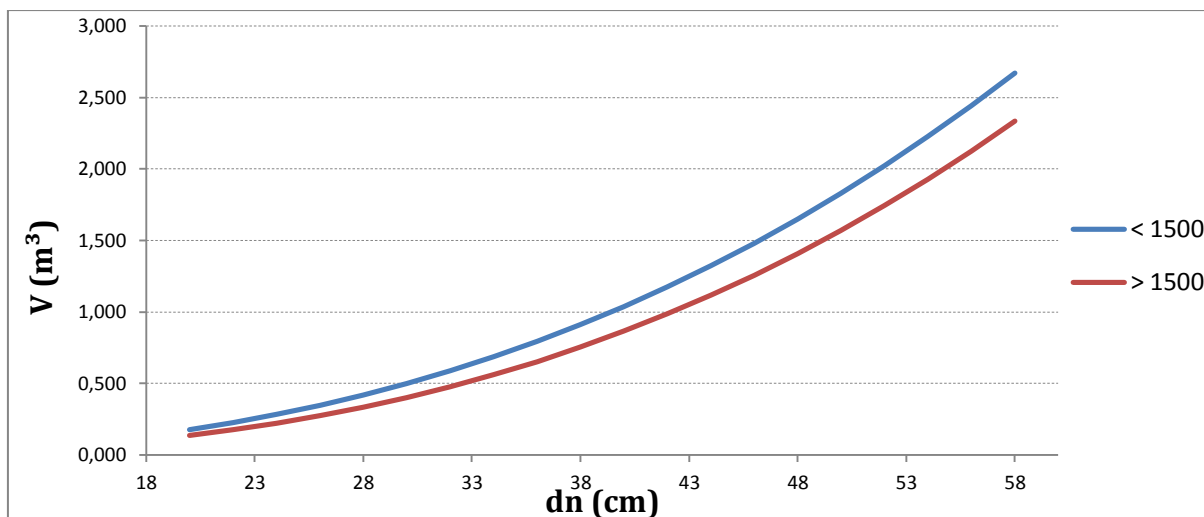


Figura VIII.e Gráfica del modelo potencial (modelo 6)

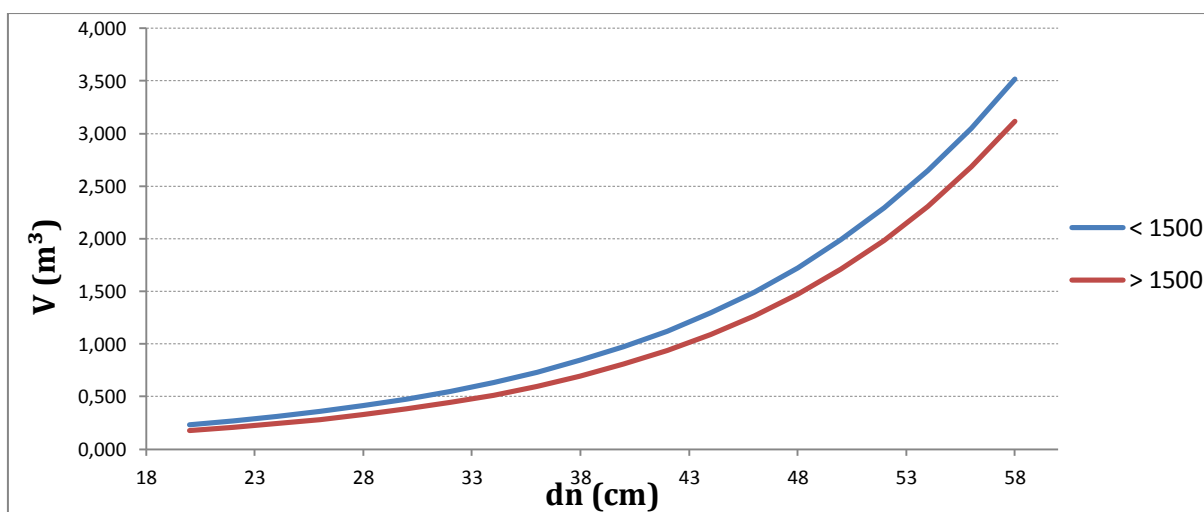


Figura VIII.f Gráfica del modelo compuesto (modelo 7)

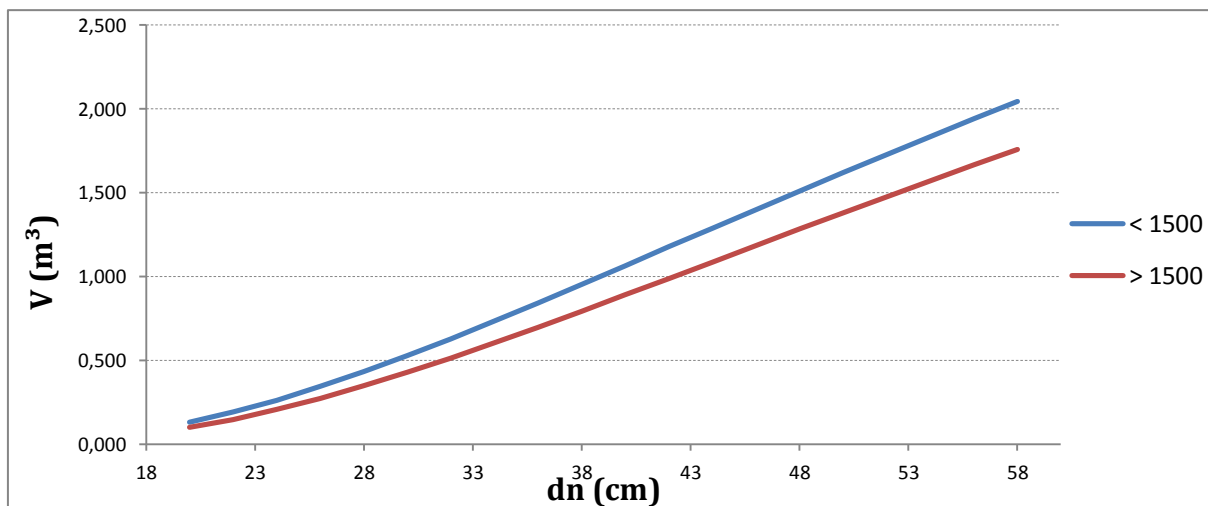


Figura VIII.g Gráfica del modelo curva-S (modelo 8)

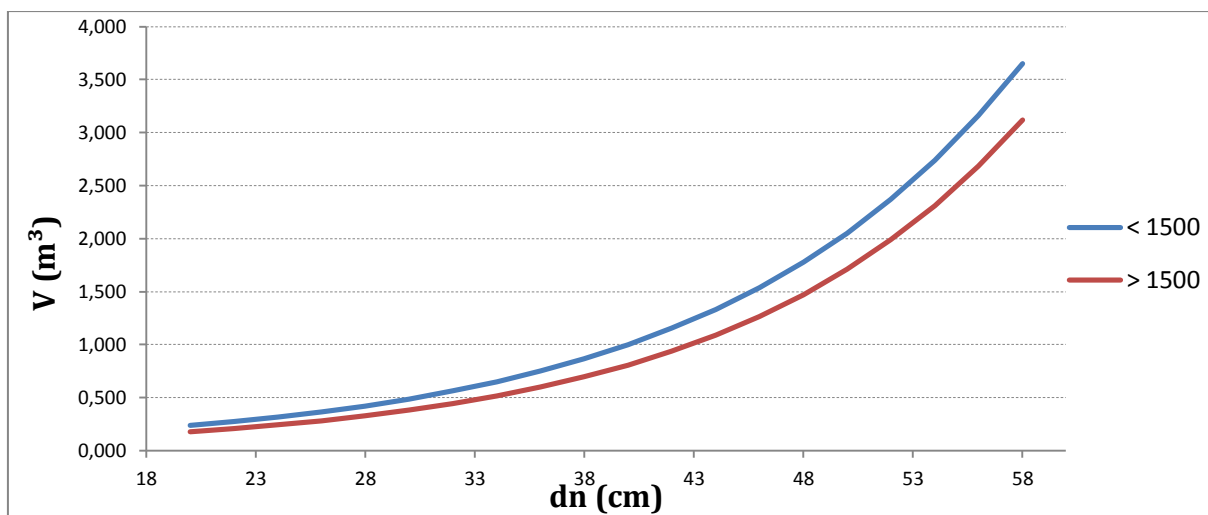


Figura VIII.h Gráfica del modelo crecimiento (modelo 9)

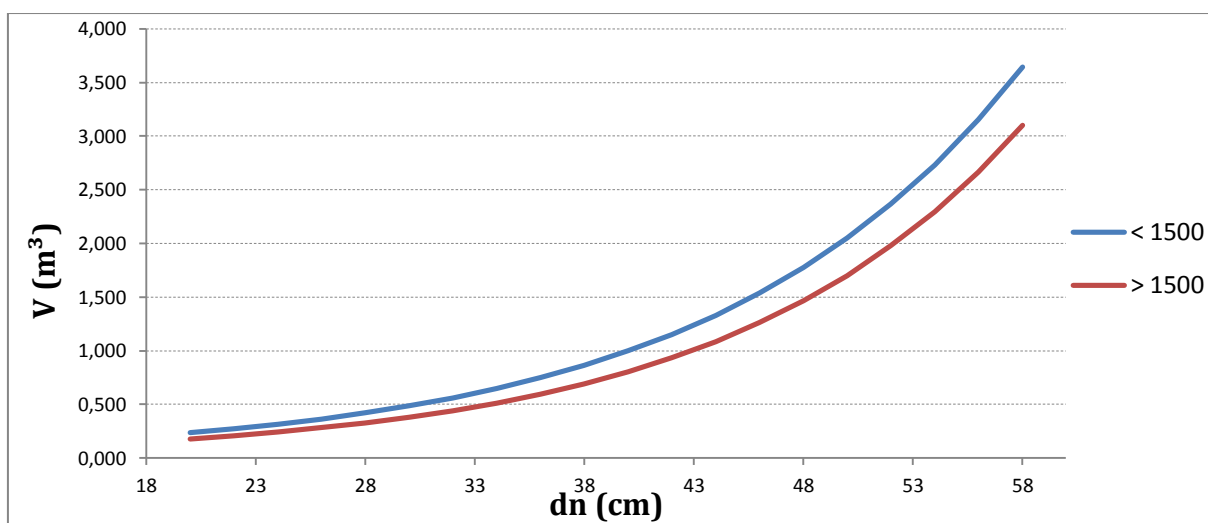


Figura VIII.i Gráfica del modelo exponencial (modelo 10)

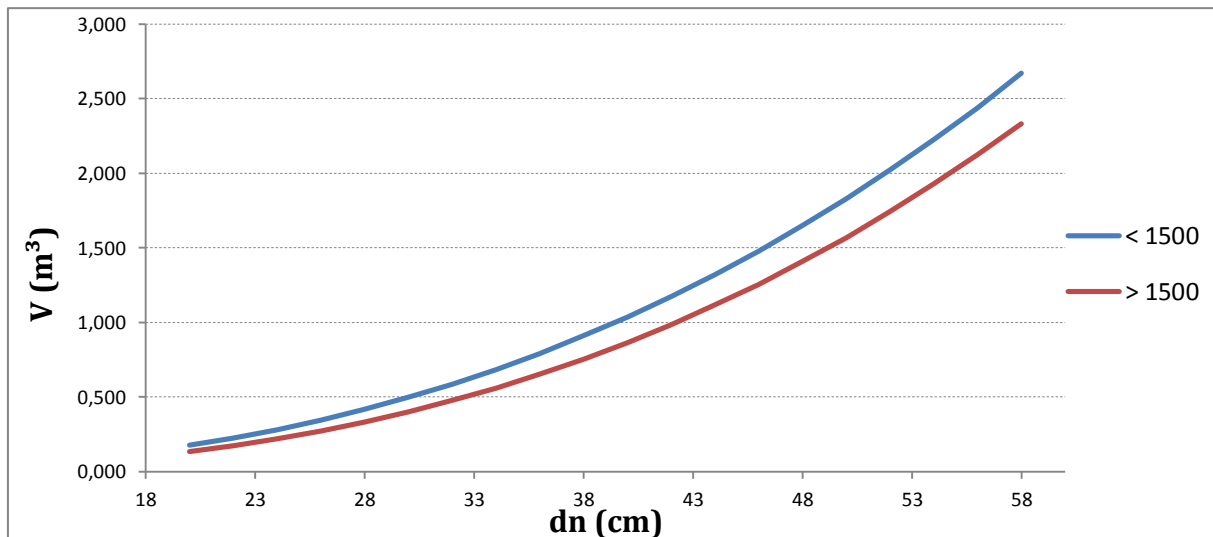


Figura VIII.j Gráfica del modelo linealizado (modelo 11)

En ésta última figura VIII.j del modelo linealizado se exponen las gráficas del volumen respecto al diámetro para los dos estratos una vez deshecho el cambio de variable, ya que la regresión se hizo comparando el logaritmo neperiano del volumen respecto al logaritmo neperiano del diámetro. La fórmula resultante es la siguiente:

$$V = e^{-9,356+(2,546 \cdot \ln dn)}$$

ANEXO IX. TABLAS DE VALIDACION

En este anexo se ofrecen los resultados de la aplicación de los valores modulares, que se usan a día de hoy, y de los modelos elegidos tanto para la *Tarifa* como para la *Tabla* de cubicación a una muestra de validación independiente.

VALORES MODULARES**Tabla IX.a** Valores modulares aplicados a la muestra de validación en todo el monte

dn (cm)	H (m)	RODAL	V(m³) *	V.MOD(m³) **	V-V.MOD	V% ***
23,80	18,0	B-15	0,320	0,243	0,078	24,28
21,85	11,4	B-10	0,197	0,243	-0,046	-23,40
43,65	15,0	A-1	1,032	1,032	0,000	0,01
51,35	17,7	C-16	1,737	1,903	-0,166	-9,56
25,05	12,5	B-22	0,226	0,385	-0,160	-70,79
52,70	18,4	B-9	1,732	1,770	-0,038	-2,18
48,55	18,0	B-8	1,312	1,477	-0,165	-12,58
43,25	11,0	A-5	0,851	1,116	-0,264	-31,02
35,45	15,0	C-15	0,655	0,861	-0,206	-31,42
32,95	16,8	A-6	0,515	0,610	-0,095	-18,44
36,75	14,6	C-10	0,632	0,886	-0,255	-40,35
27,25	10,5	A-8	0,295	0,413	-0,118	-40,11
30,45	11,3	A-9	0,318	0,627	-0,309	-97,14
31,25	15,0	D-12	0,443	0,624	-0,182	-41,07
36,55	19,2	A-10	0,905	0,844	0,061	6,76
40,60	13,8	D-9	1,013	1,126	-0,113	-11,18
28,30	12,1	A-12	0,285	0,412	-0,128	-44,82
38,55	16,5	B-20	0,918	0,774	0,143	15,63
32,65	12,0	B-18	0,446	0,627	-0,180	-40,34
27,50	10,5	B-6	0,310	0,404	-0,093	-30,07
25,05	7,0	B-4	0,198	0,402	-0,205	-103,70
49,40	22,0	C-18	1,635	1,534	0,100	6,15
22,00	15,6	C-13	0,210	0,250	-0,040	-19,28
30,60	25,1	C-5	0,803	0,627	0,176	21,93
30,75	14,9	C-6	0,495	0,627	-0,132	-26,64
29,30	19,7	D-14	0,601	0,407	0,194	32,27
51,85	25,2	D-22	2,883	1,747	1,136	39,40
41,10	16,1	D-20	0,905	1,126	-0,221	-24,39
34,55	17,5	D-6	0,613	0,598	0,015	2,45
38,80	18,0	B-1	0,933	0,825	0,108	11,53
28,60	15,5	B-2	0,386	0,394	-0,009	-2,23
49,30	14,0	C-19	1,098	1,484	-0,386	-35,17
37,55	20,1	C-20	0,959	0,834	0,125	13,06
40,60	22,8	C-1	1,223	1,114	0,109	8,93
58,80	18,6	D-1	2,246	2,314	-0,068	-3,03
49,80	21,5	D-19	2,069	1,514	0,556	26,86
TOTAL			31,397	32,173	-0,776	-2,47

* Volumen calculado con el relascopio

** Volumen dado por los valores modulares

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-V.MOD}{V} \cdot 100$

Tabla IX.b Valores modulares aplicados a la muestra de validación por debajo de los 1500 metros

dn (cm)	H (m)	RODAL	V(m³) *	V.MOD(m³)**	V-V.MOD	V%***
23,80	18,0	B-15	0,320	0,243	0,078	24,28
25,05	12,5	B-22	0,226	0,385	-0,160	-70,79
31,25	15,0	D-12	0,443	0,624	-0,182	-41,07
38,55	16,5	B-20	0,918	0,774	0,143	15,63
32,65	12,0	B-18	0,446	0,627	-0,180	-40,34
25,05	7,0	B-4	0,198	0,402	-0,205	-103,70
49,40	22,0	C-18	1,635	1,534	0,100	6,15
22,00	15,6	C-13	0,210	0,250	-0,040	-19,28
30,60	25,1	C-5	0,803	0,627	0,176	21,93
30,75	14,9	C-6	0,495	0,627	-0,132	-26,64
29,30	19,7	D-14	0,601	0,407	0,194	32,27
51,85	25,2	D-22	2,883	1,747	1,136	39,40
41,10	16,1	D-20	0,905	1,126	-0,221	-24,39
38,80	18,0	B-1	0,933	0,825	0,108	11,53
28,60	15,5	B-2	0,386	0,394	-0,009	-2,23
49,30	14,0	C-19	1,098	1,484	-0,386	-35,17
37,55	20,1	C-20	0,959	0,834	0,125	13,06
40,60	22,8	C-1	1,223	1,114	0,109	8,93
58,80	18,6	D-1	2,246	2,314	-0,068	-3,03
49,80	21,5	D-19	2,069	1,514	0,556	26,86
TOTAL			18,995	17,852	1,143	6,02

* Volumen calculado con el relascopio

** Volumen dado por los valores modulares

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-V.MOD}{V} \cdot 100$

Tabla IX.c Valores modulares aplicados a la muestra de validación por encima de los 1500 metros

dn (cm)	H (m)	RODAL	V(m³) *	V.MOD(m³)**	V-V.MOD	V%***
21,85	11,4	B-10	0,197	0,243	-0,046	-23,40
43,65	15,0	A-1	1,032	1,032	0,000	0,01
51,35	17,7	C-16	1,737	1,903	-0,166	-9,56
52,70	18,4	B-9	1,732	1,770	-0,038	-2,18
48,55	18,0	B-8	1,312	1,477	-0,165	-12,58
43,25	11,0	A-5	0,851	1,116	-0,264	-31,02
35,45	15,0	C-15	0,655	0,861	-0,206	-31,42
32,95	16,8	A-6	0,515	0,610	-0,095	-18,44
36,75	14,6	C-10	0,632	0,886	-0,255	-40,35
27,25	10,5	A-8	0,295	0,413	-0,118	-40,11
30,45	11,3	A-9	0,318	0,627	-0,309	-97,14
36,55	19,2	A-10	0,905	0,844	0,061	6,76
40,60	13,8	D-9	1,013	1,126	-0,113	-11,18
28,30	12,1	A-12	0,285	0,412	-0,128	-44,82
27,50	10,5	B-6	0,310	0,404	-0,093	-30,07
34,55	17,5	D-6	0,613	0,598	0,015	2,45
TOTAL			12,402	14,322	-1,920	-15,48

* Volumen calculado con el relascopio

** Volumen dado por los valores modulares

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-V.MOD}{V} \cdot 100$

TARIFA DE CUBICACION**Tabla IX.d** Tarifa de cubicación aplicada a la muestra de validación por debajo de los 1500 metros

dn (cm)	H (m)		V(m³) *	Vf(m³) **	V-Vf	V% ***
23,80	18,0		0,320	0,276	0,044	13,63
25,05	12,5		0,226	0,315	-0,089	-39,31
31,25	15,0		0,443	0,553	-0,110	-24,80
38,55	16,5		0,918	0,944	-0,026	-2,78
32,65	12,0		0,446	0,618	-0,172	-38,60
25,05	7,0		0,198	0,315	-0,117	-59,02
49,40	22,0		1,635	1,774	-0,139	-8,51
22,00	15,6		0,210	0,226	-0,016	-7,73
30,60	25,1		0,803	0,524	0,279	34,74
30,75	14,9		0,495	0,531	-0,036	-7,20
29,30	19,7		0,601	0,469	0,132	21,93
51,85	25,2		2,883	2,007	0,876	30,39
41,10	16,1		0,905	1,111	-0,206	-22,73
38,80	18,0		0,933	0,959	-0,026	-2,81
28,60	15,5		0,386	0,441	-0,055	-14,30
49,30	14,0		1,098	1,765	-0,667	-60,74
37,55	20,1		0,959	0,882	0,077	7,98
40,60	22,8		1,223	1,077	0,146	11,97
58,80	18,6		2,246	2,764	-0,518	-23,07
49,80	21,5		2,069	1,811	0,258	12,48

TOTAL	18,997	19,362	-0,365	-1,92
--------------	--------	--------	--------	--------------

* Volumen calculado con el relascopio

** Volumen dado por la tarifa

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-Vf}{V} \cdot 100$

Tabla IX.e Tarifa de cubicación aplicada a la muestra de validación por encima de los 1500 metros

dn (cm)	H (m)		V(m³) *	Vf(m³)**	V-Vf	V%***
21,85	11,4		0,197	0,172	0,025	12,69
43,65	15,0		1,032	1,092	-0,060	-5,81
51,35	17,7		1,737	1,686	0,051	2,94
52,70	18,4		1,732	1,807	-0,075	-4,33
48,55	18,0		1,312	1,451	-0,139	-10,59
43,25	11,0		0,851	1,066	-0,215	-25,26
35,45	15,0		0,655	0,627	0,028	4,27
32,95	16,8		0,515	0,516	-0,001	-0,19
36,75	14,6		0,632	0,690	-0,058	-9,18
27,25	10,5		0,295	0,311	-0,016	-5,42
30,45	11,3		0,318	0,418	-0,100	-31,45
36,55	19,2		0,905	0,680	0,225	24,86
40,60	13,8		1,013	0,900	0,113	11,15
28,30	12,1		0,285	0,344	-0,059	-20,70
27,50	10,5		0,310	0,318	-0,008	-2,58
34,55	17,5		0,613	0,585	0,028	4,57

TOTAL	12,402	12,663	-0,261	-2,10
--------------	--------	--------	--------	--------------

* Volumen calculado con el relascopeo

** Volumen dado por la tarifa

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-Vf}{V} \cdot 100$

TABLA DE CUBICACION**Tabla IX.f** Tabla de cubicación aplicada a la muestra de validación

dn (cm)	H (m)		V(m³) *	Vf(m³) **	V-Vf	V% ***
23,80	18,0		0,339	0,320	0,019	5,84
21,85	11,4		0,195	0,197	-0,001	-0,69
43,65	15,0		1,023	1,032	-0,009	-0,89
51,35	17,7		1,640	1,737	-0,097	-5,61
25,05	12,5		0,279	0,226	0,054	23,89
52,70	18,4		1,786	1,732	0,054	3,12
48,55	18,0		1,480	1,312	0,168	12,82
43,25	11,0		0,778	0,851	-0,074	-8,66
35,45	15,0		0,665	0,655	0,010	1,50
32,95	16,8		0,628	0,515	0,113	21,88
36,75	14,6		0,701	0,632	0,069	11,00
27,25	10,5		0,288	0,295	-0,006	-2,19
30,45	11,3		0,385	0,318	0,067	21,12
31,25	15,0		0,513	0,443	0,070	15,82
36,55	19,2		0,868	0,905	-0,037	-4,08
40,60	13,8		0,822	1,013	-0,190	-18,80
28,30	12,1		0,350	0,285	0,065	22,90
38,55	16,5		0,856	0,918	-0,062	-6,78
32,65	12,0		0,467	0,446	0,021	4,64
27,50	10,5		0,294	0,310	-0,017	-5,40
25,05	7,0		0,173	0,198	-0,024	-12,18
49,40	22,0		1,810	1,635	0,175	10,70
22,00	15,6		0,256	0,210	0,047	22,26
30,60	25,1		0,749	0,803	-0,053	-6,63
30,75	14,9		0,493	0,495	-0,002	-0,34
29,30	19,7		0,561	0,601	-0,039	-6,52
51,85	25,2		2,236	2,883	-0,647	-22,43
41,10	16,1		0,957	0,905	0,052	5,76
34,55	17,5		0,716	0,613	0,103	16,76
38,80	18,0		0,931	0,933	-0,001	-0,15
28,60	15,5		0,439	0,386	0,053	13,65
49,30	14,0		1,243	1,098	0,145	13,21
37,55	20,1		0,953	0,959	-0,006	-0,63
40,60	22,8		1,242	1,223	0,019	1,59
58,80	18,6		2,260	2,246	0,014	0,61
49,80	21,5		1,806	2,069	-0,264	-12,74

TOTAL	31,184	31,397	-0,213	-0,68
--------------	--------	--------	--------	--------------

* Volumen calculado con el relascopio

** Volumen dado por la tabla

*** Viene dado por la siguiente fórmula: $V\% = \frac{V-Vf}{V} \cdot 100$

ANEXO X. DATOS DE LOS RESIDUOS DE LA FÓRMULA DE SCHUMACHER

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
-98,18	9639,3124	
-89,54	8017,4116	74,6496
31,77	1009,3329	14716,1161
-23,42	548,4964	3045,9361
25,16	633,0256	2360,0164
-41,3	1705,69	4416,9316
-93,06	8660,1636	2679,0976
-97,23	9453,6729	17,3889
-388,32	150792,422	84733,3881
-79,46	6313,8916	95394,4996
-18,1	327,61	3765,0496
-117,38	13778,0644	9856,5184
140,86	19841,5396	66687,8976
8,2	67,24	17598,6756
8,2	67,24	0
8,67	75,1689	0,2209
-10,42	108,5764	364,4281
-20,62	425,1844	104,04
-376,44	141707,074	126607,872
281,54	79264,7716	432937,68
-147,35	21712,0225	183946,632
-3,81	14,5161	20603,7316
-96	9216	8498,9961
-24,02	576,9604	5181,1204
-1,93	3,7249	487,9681
-53,89	2904,1321	2699,8416
-28,84	831,7456	627,5025
-43,47	1889,6409	214,0369
62,22	3871,3284	11170,3761
-141,03	19889,4609	41310,5625
7,2	51,84	21972,1329
-18,38	337,8244	654,3364
-74,88	5607,0144	3192,25
-51,24	2625,5376	558,8496
243,02	59058,7204	86588,9476
-368,81	136020,816	374335,949
-74,21	5507,1241	86789,16
48,22	2325,1684	14989,1049
-51,39	2640,9321	9922,1521
7,19	51,6961	3431,6164
-38,28	1465,3584	2067,5209
71,14	5060,8996	11972,7364

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
-38,28	1465,3584	2067,5209
71,14	5060,8996	11972,7364
7,32	53,5824	4072,9924
-75,13	5644,5169	6798,0025
68,17	4647,1489	20534,89
10,99	120,7801	3269,5524
-41,24	1700,7376	2727,9729
164,85	27175,5225	42473,0881
-56,71	3216,0241	49088,8336
-7,72	59,5984	2400,0201
-30,06	903,6036	499,0756
-46,45	2157,6025	268,6321
63,8	4070,44	12155,0625
-5,62	31,5844	4819,1364
-12,85	165,1225	52,2729
107,59	11575,6081	14505,7936
-31,16	970,9456	19251,5625
1,18	1,3924	1045,8756
-566,09	320457,888	321795,253
-137,69	18958,5361	183526,56
74,8	5595,04	45152,0001
-86,92	7555,0864	26153,3584
-179,98	32392,8004	8660,1636
20,54	421,8916	40208,2704
75,56	5709,3136	3027,2004
-54,62	2983,3444	16946,8324
-29,05	843,9025	653,8249
41,24	1700,7376	4940,6841
147,46	21744,4516	11282,6884
93,56	8753,4736	2905,21
22,99	528,5401	4980,1249
64,69	4184,7961	1738,89
167,42	28029,4564	10553,4529
242	58564	5562,1764
-78,01	6085,5601	102406,4
-19,7	388,09	3400,0561
114,66	13146,9156	18052,6096
104,02	10820,1604	113,2096
-112,17	12582,1089	46738,1161
-58,67	3442,1689	2862,25
-126,38	15971,9044	4584,6441
-15,87	251,8569	12212,4601

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
15,26	232,8676	969,0769
-73,59	5415,4881	7894,3225
-72,53	5260,6009	1,1236
12,07	145,6849	7157,16
-157,66	24856,6756	28808,2729
-78,67	6188,9689	6239,4201
8,63	74,4769	7621,29
-13,13	172,3969	473,4976
15,73	247,4329	832,8996
-331,44	109852,474	120527,009
-39,3	1544,49	85345,7796
33,07	1093,6249	5237,4169
-8,04	64,6416	1690,0321
-375,5	141000,25	135026,852
-145,97	21307,2409	52684,0209
19,43	377,5249	27357,16
-42,15	1776,6225	3792,0964
59,5	3540,25	10332,7225
78,59	6176,3881	364,4281
229,18	52523,4724	22677,3481
70,43	4960,3849	25201,5625
-37,98	1442,4804	11752,7281
-76,13	5795,7769	1455,4225
11,78	138,7684	7728,1681
-303,27	91972,6929	99256,5025
140,91	19855,6281	197295,872
-23,61	557,4321	27066,8304
-47,54	2260,0516	572,6449
-27,32	746,3824	408,8484
-101,87	10377,4969	5557,7025
-45,32	2053,9024	3197,9025
167,62	28096,4644	45343,4436
-44,33	1965,1489	44922,8025
43,92	1928,9664	7788,0625
-26,06	679,1236	4897,2004
-44,47	1977,5809	338,9281
-22,52	507,1504	481,8025
98,05	9613,8025	14537,1249
79,83	6372,8289	331,9684
-11,08	122,7664	8264,6281
-35,94	1291,6836	618,0196
3,47	12,0409	1553,1481

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
1,53	2,3409	3,7636
7,03	49,4209	30,25
5,48	30,0304	2,4025
595,42	354524,976	348029,204
79,41	6305,9481	266266,32
74,75	5587,5625	21,7156
-65,39	4275,8521	19639,2196
93,21	8688,1041	25153,96
34,99	1224,3001	3389,5684
-7,17	51,4089	1777,4656
13,43	180,3649	424,36
-7,91	62,5681	455,3956
179,68	32284,9024	35190,0081
107,51	11558,4001	5208,5089
-65,63	4307,2969	29977,4596
151,06	22819,1236	46954,5561
34,34	1179,2356	13623,5584
6,17	38,0689	793,5489
-12,66	160,2756	354,5689
122,44	14991,5536	18252,01
90,42	8175,7764	1025,2804
-61,1	3733,21	22958,3104
68,82	4736,1924	16879,2064
-59,31	3517,6761	16417,2969
-86,81	7535,9761	756,25
100,68	10136,4624	35152,5001
-49,69	2469,0961	22611,1369
39,04	1524,1216	7873,0129
-60,94	3713,6836	9996,0004
4,18	17,4724	4240,6144
-20,4	416,16	604,1764
-6,54	42,7716	192,0996
-14,36	206,2096	61,1524
-216,49	46867,9201	40856,5369
-80,46	6473,8116	18504,1609
-38,07	1449,3249	1796,9121
408,21	166635,404	199165,838
-88,17	7773,9489	246393,104
66,32	4398,3424	23867,1601
45,83	2100,3889	419,8401
590,62	348831,984	296796,144
224,99	50620,5001	133685,297

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
-90,9	8262,81	99786,4921
-99,1	9820,81	67,24
-181,62	32985,8244	6809,5504
17,59	309,4081	39684,6241
131,18	17208,1924	12902,6881
-32,61	1063,4121	26827,1641
-26,76	716,0976	34,2225
-0,14	0,0196	708,6244
39,88	1590,4144	1601,6004
-35,14	1234,8196	5628,0004
-29,65	879,1225	30,1401
-29,65	879,1225	0
-145,25	21097,5625	13363,36
30,9	954,81	31028,8225
54,35	2953,9225	549,9025
3,43	11,7649	2592,8464
-173,79	30202,9641	31406,9284
199,99	39996,0001	139711,488
-83,32	6942,2224	80264,5561
-171,11	29278,6321	7707,0841
117,81	13879,1961	83474,7664
46,12	2127,0544	5139,4561
182,75	33397,5625	18667,7569
-19,05	362,9025	40723,24
27,8	772,84	2194,9225
-49,57	2457,1849	5986,1169
70,05	4907,0025	14308,9444
-15,97	255,0409	7399,4404
-12,04	144,9616	15,4449
287,3	82541,29	89604,4356
53,45	2856,9025	54685,8225
50,36	2536,1296	9,5481
-51,89	2692,5721	10455,0625
-37,24	1386,8176	214,6225
-59,07	3489,2649	476,5489
42,43	1800,3049	10302,25
-25,48	649,2304	4611,7681
-20,61	424,7721	23,7169
68,76	4727,9376	7986,9969
-82,07	6735,4849	22749,6889
-50,08	2508,0064	1023,3601
-110,75	12265,5625	3680,8489

TOTAL

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
41,76	1743,8976	23259,3001
5,81	33,7561	1292,4025
-20,77	431,3929	706,4964
49,95	2495,0025	5001,3184
-3,88	15,0544	2897,6689
-16,82	282,9124	167,4436
-171,1	29275,21	23802,3184
-5,56	30,9136	27403,4916
-10,13	102,6169	20,8849
-100,73	10146,5329	8208,36
88,51	7834,0201	35811,7776
12,61	159,0121	5760,81
-15,5	240,25	790,1721
40,74	1659,7476	3162,9376
104,1	10836,81	4014,4896
-190,76	36389,3776	86942,4196
-140,69	19793,6761	2507,0049
363,26	131957,828	253965,603
-40,42	1633,7764	162957,542
-3,62	13,1044	1354,24
149,94	22482,0036	23580,6736
71,25	5076,5625	6192,1161
125,48	15745,2304	2940,8929
26,3	691,69	9836,6724
-65,26	4258,8676	8383,2336

e	e^2	$(e_i - e_{i-1})^2$
-714,59	3794618,08	7353798,61